

ロール周方向総括熱伝達モデルによる熱膨張解析

Numerical Analysis of Thermal Expansion of Rolls with Circumferential Equivalent Heat Transfer Model

山口 慎也 YAMAGUCHI Shinya JFE スチール スチール研究所 圧延・加工プロセス研究部 主任研究員 (副課長)
館野 純一 TATENNO Junichi JFE スチール スチール研究所 機械研究部長 (理事)・博士 (工学)
陣内 達也 JINNOUCHI Tatsuya JFE スチール 西日本製鉄所 (倉敷地区) 熱延部熱延技術室長 (副部長)

要旨

薄鋼板の熱間圧延では、従来から、ワークロールのサーマルクラウンや摩耗の分散を目的として、ワークロールシフトが広く用いられてきた。近年では、省エネルギー化要求や CO₂ 排出規制に伴い、加熱炉の燃料原単位削減のために、圧延サイクルは連続本数が多くかつランダムな厚幅構成となり、ワークロールプロファイル制御の重要性が増している。本稿では、サイクルシミュレーションモデルを構築し、ワークロールシフトミルにおける熱延サーマルクラウン特性について評価を行う。また、従来のサイクリックシフトの課題を抽出し、ロールプロファイル制御能力の向上の可能性を追求する。

Abstract:

In hot strip rolling, work roll shift method has been widely used to disperse thermal crown and wear of work roll in axial direction. A numerical simulation model which enables prediction of thermal crown and wear of work roll with high accuracy was developed. Focusing on the problems of the conventional roll shifting method, a new shifting method was proposed.

In the conventional shifting method, thermal crown within the contact area is calculated with a cyclic fixed stroke and step. As the stroke increases, the average value of the thermal crown in rolling campaign decreases without concentration of heat input from the strip to the axial center of the work roll. On the other hand, as the stroke increases, variance of the thermal crown in rolling campaign increases. For further improvement of the work roll shift method, the need for a flexible shift method which takes into account the positional relationship between work rolls throughout the whole rolling campaign is suggested.

1. はじめに

薄鋼板の熱間圧延では、古くから、ワークロール (WR) のサーマルクラウンや摩耗による板厚プロファイルへの影響を避けるため、コフィンスケジュールと呼ばれる板幅構成のサイクルでの圧延が行われてきた¹⁾。しかし、スラブヤードでのスラブの並び替えは、生産性の低下だけでなく、スラブの加熱炉装入温度の低下による加熱炉の燃料原単位の悪化を招く。近年の省エネルギー化要求や CO₂ 排出規制にともない、熱間圧延では加熱炉での燃料原単位の削減が強く望まれている。そのため、一つのロールチャンスでの連続圧延本数が多く、幅戻りを含むランダムな板幅構成で圧延を行う、スケジュールフリー圧延が望まれている²⁾。

スケジュールフリー圧延のための WR プロファイルの制御手段としては、従来からサーマルクラウンや摩耗の分散を目的とした WR シフトが用いられている^{3,5)}。熱間圧延での

WR シフトは主に仕上げ後段スタンドに適用され、サイクリックにシフトすることで、サーマルクラウンや摩耗を幅方向に分散させ、スケジュールフリー圧延の拡大に寄与している。

しかし近年、ミルページング計算の高精度化や圧延速度の増大などにより圧延能率の向上が指向されており、熱延仕上げ圧延でのパーツーバー間隔 (圧延インターバル) は従来よりも短く、サーマルクラウンの変化挙動は複雑化している。

また WR 材質の観点では、V, Mo, W, Cr などを含有し、高硬度の炭化物を晶出させたハイスロールが開発され、従来のニッケルグレンロールに比べ耐摩耗性が大幅に向上している⁶⁻⁸⁾。その一方で、ハイスロールは熱伝導率と線膨張係数が従来のニッケルグレンロールよりも高く、サーマルクラウンが大きくなることが指摘されている⁹⁾。

サーマルクラウンと摩耗は互いに消し合う関係にあり、WR プロファイルの変化を相殺する効果がある。しかし近年の短パーツーバー操業やハイスロール適用の拡大によりサー

マルクラウンの影響が相対的に大きくなり、WRシフトの新しい制御指針が望まれている。本研究ではサーマルクラウンの成長挙動を厳密に考慮したサイクルシミュレーションモデルを構築し、近年の熱延操業下でのWRシフトの課題を検討し、さらなる能力向上の可能性について探究した。

2. サーマルクラウン予測モデル

2.1 サーマルクラウンのモデル化

圧延中のWRのサーマルクラウンは、**図1**に示すように2次元で計算した。以下に示す熱伝導方程式を差分法により解き、ロール断面内の温度分布を求めた。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \theta(r, x, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta(r, x, t)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \theta(r, x, t)}{\partial x^2} = \frac{\rho c}{k} \frac{\partial \theta(r, x, t)}{\partial t} \quad (1)$$

サーマルクラウンは、以下のようにロール断面内の温度分布から熱膨張量として求めた¹⁰⁾。

$$u(x) = \frac{2\beta}{R} \int_0^R \{ \theta(r, x, t) - \theta_0 \} r dr \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $u(x)$ はロール半径あたりのサーマルクラウン(m)、 $\theta(r, x)$ はロール温度(K)、 R はロール半径(m)、 θ_0 はロール初期温度(K)、 β は線膨張係数(K^{-1})、 r はロール半径方向座標(m)、 x はロール軸方向座標(m)、 ρ は密度($kg \cdot m^{-3}$)、 c は比熱($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)、 k は熱伝導率($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)

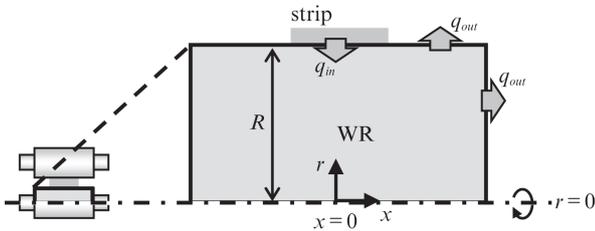


図1 WR断面図

Fig. 1 Cross-sectional view of WR for thermal crown calculation

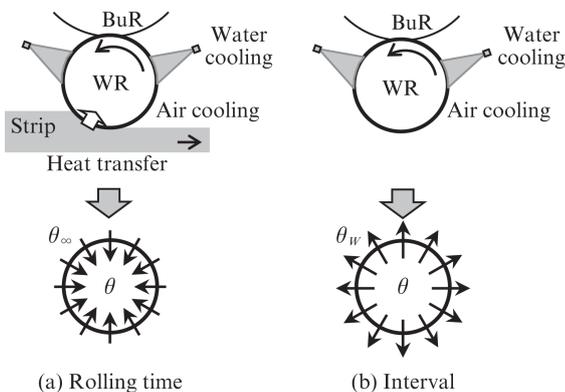


図2 熱伝達境界条件

Fig. 2 Boundary conditions of heat transfer

を表す。ロール初期温度 θ_0 はロール半径方向、軸方向ともに303 Kで一定とした。

図2のように、ロール断面内の温度分布はロール周方向に変化する圧延材からの入熱とロール水冷や空冷による抜熱を平均化した2次元軸対称問題として求めた^{11,12)}。すなわち、圧延中の板道内ではロール周方向に均一な入熱があるとし、板道外やアイドルリング時ではロール周方向に均一な抜熱があるものとした。

$$q_{in} = \alpha_{in} (\theta_{\infty} - \theta(R, x, t)) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$q_{out} = \alpha_{out} (\theta_w - \theta(R, x, t)) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで q_{in} 、 q_{out} は単位時間、単位面積あたりの入熱量と抜熱量($W \cdot m^{-2}$)、 α_{in} 、 α_{out} はそれぞれ入熱と抜熱の熱伝達係数($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$)、 θ_w は周囲温度(K)、 θ_{∞} は定常ロール温度(圧延長を無限としたときの到達ロール温度)を表す。本解析では、WR表面温度が実測値と合うように、 α_{in} は $1980 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ 、 α_{out} は $2330 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ 、 θ_{∞} は363 Kとした。

2.2 サーマルクラウン予測モデルの精度検証

サーマルクラウン予測モデルの精度検証を行うため、圧延サイクル終了後のWRを圧延機から抜き出し、その表面プロフィールを測定した。表面プロフィールは、一定本数のコイルを圧延した後、マイクロメータを用いてWR直径の幅方向分布を測定した。そして、常温まで冷却した測定プロフィールを差し引いたものをサーマルクラウンとした。また、表面温度測定には接触式温度計を用いた。

図3に仕上げF4スタンドで使用したハイスロールで実測した表面温度を予測モデルによる計算結果と重ねて示す。

図4に同じロールでサーマルクラウンプロフィールを実測した結果を計算結果と重ねて示す。

計算には、実測したロールの圧延本数、圧延材の板幅構成、WRシフト位置に加えて、圧延終了後の水冷、空冷時間も考

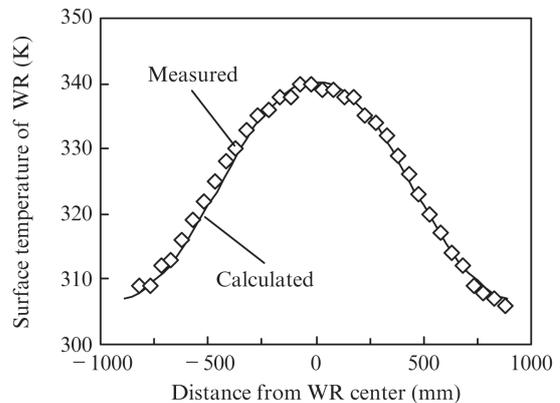


図3 WR表面温度

Fig. 3 WR surface temperature

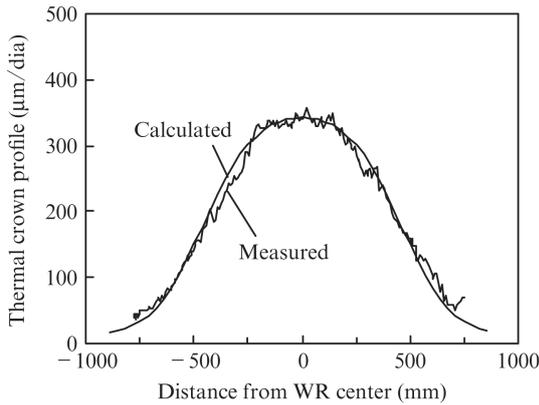


図4 WRサーマルクラウンプロフィール
Fig. 4 WR thermal crown profile

慮している。表面温度とWRプロフィールの推定誤差はロール軸方向中央部でもとに3%程度と小さく、良好な精度を有している。

3. 同一幅連続圧延のシミュレーション解析

3.1 解析条件

ここでは、熱延での生産性向上の課題の一つである圧延サイクル拡大によるサーマルクラウン特性について解析する。近年適用が拡大しているハイスロールでは、摩耗はサーマルクラウンに比べ非常に小さい。そこで本研究では、ハイスロールの使用を想定し、サーマルクラウン挙動に特化した解析を行う。

WRの寸法は、仕上げ圧延機の平均的な寸法として、バ

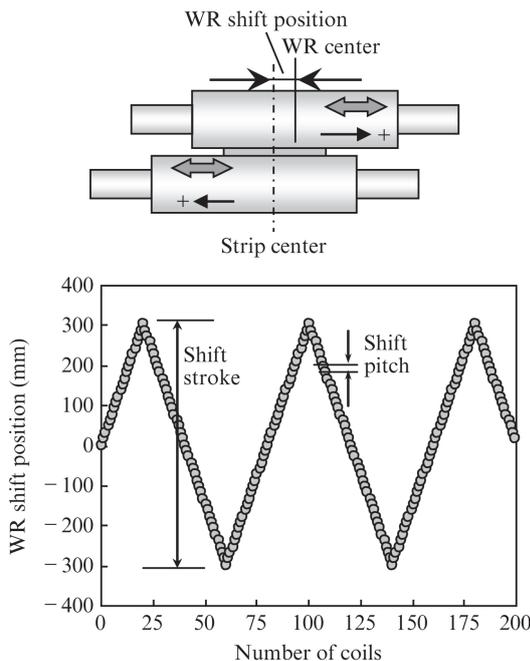


図5 WRサイクリックシフト
Fig. 5 Cyclic WR shift pattern

ル長 2 000 mm，ロール半径 400 mm，ネック半径は 200 mm とした。

WRシフトは、図5のように、圧延材1本毎にサイクル内で一定のシフトピッチでWRを軸方向に移動させ、シフトストローク（シフト折り返し点）に達すると、移動方向を反転させるものとした。上下WRは互いに反対方向に移動するものとし、シフトストロークはサイクル内で一定とした。サイクル開始時のシフト位置は、ロール軸方向中央と板幅中央が一致する位置とした。これは従来から一般的に用いられているシフト位置の設定方法であり、本報ではサイクリックシフトと呼ぶ。

シフトピッチは15 mmとして、ストロークを150 mm, 300 mm, 450 mm, 600 mmとした。サイクル条件として、板幅1000 mmの同一幅材の連続圧延を仮定した。

ここで、材料がWRと接している時間を圧延時間、前の材料の圧延が終了してから次の材料の圧延を開始するまでの時間をバーツーバー間隔（圧延インターバル）と定義する。各圧延材の圧延時間は100sとし、サイクル内で一定とした。バーツーバー間隔は、10s, 20s, 30sの3条件で計算した。

3.2 解析結果

3.2.1 サーマルクラウンの評価方法

サーマルクラウンプロフィールが板厚プロフィールに与える影響を評価するため、(5)式のように、板幅中央位置と板端から25 mm位置での、各圧延材先端部のサーマルクラウンプロフィールの差（ロール直径あたり）を評価指標 TCR_{25} として定義する。

$$TCR_{25} = T_{center} - T_{E25} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 T_{center} は板中央部、 T_{E25} は板端から25 mm位置でのロール直径あたりの熱膨張量を表す。図6にシフトストローク600 mmでの圧延サイクル内のサーマルクラウンの変化を示す。ロールセンターでのサーマルクラウンは漸増するが、 TCR_{25} は周期的に変動してばらつきが大きいことが

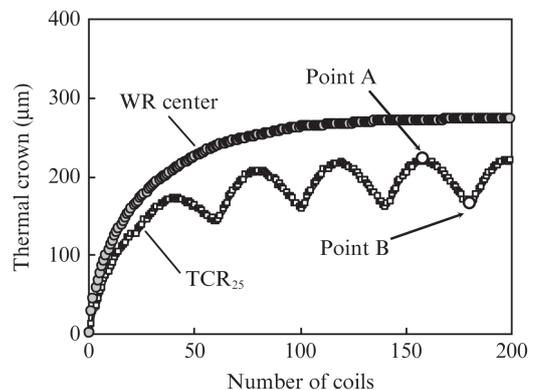


図6 サイクリックシフトでのサーマルクラウン評価
Fig. 6 Evaluation of thermal crown in cyclic WR shift

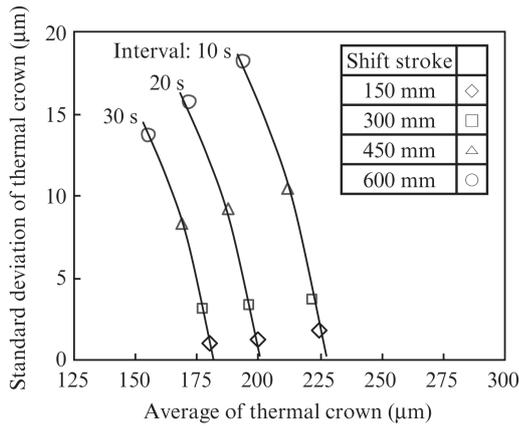


図7 サイクリックWRシフトでのサーマルクラウンの平均値と標準偏差の関係

Fig. 7 Relation between average and standard deviation of thermal crown (cyclic WR shift)

分かる。以降、サーマルクラウンの大きさとばらつきの程度の指標として、WRバレル中央部での熱膨張がほぼ飽和する70本目から200本目の平均値と標準偏差を用いる。

3.2.2 バーツーバー間隔とシフトストロークの影響

図7に各バーツーバー間隔（インターバル）でのサーマルクラウンの平均値と標準偏差の関係を示す。また、プロットはシフトストロークを示す。

図7から、バーツーバー間隔が短いほど、サーマルクラウンの平均値が大きく、標準偏差も大きいことが分かる。これは、冷却時間が短いほど、板幅中央位置での熱膨張量が大きくなるためである。

また、同一のバーツーバー間隔では、シフトストロークが大きいほど、サーマルクラウンの平均値が小さい。これは、シフトストロークが大きいほど、圧延材からの入熱がWR軸方向中央へ集中することなく分散され、なだらかなプロファイルになるためである。一方で、シフトストロークが大きいほど、サーマルクラウンの標準偏差が大きい。

図7によると、サイクリックシフトによるサーマルクラウンの板厚プロファイルへの影響を小さくするために、シフトストロークを大きく設定すると、サーマルクラウンの平均値を下げる効果はあるものの、逆に圧延材毎のばらつきが大きくなり、シフト位置によっては板厚プロファイルが著しく悪化する可能性があることを示している。これが、従来のサイクリックシフトの問題点である。サーマルクラウンのばらつきについての考察は後で詳しく述べる。

4. 幅戻り圧延でのシミュレーション解析

4.1 解析条件

ここでは、スケジュールフリー圧延拡大のための幅戻り圧延において、従来のサイクリックWRシフトの課題を抽出する。圧延サイクルとして、板幅1000mmの材料を連続で

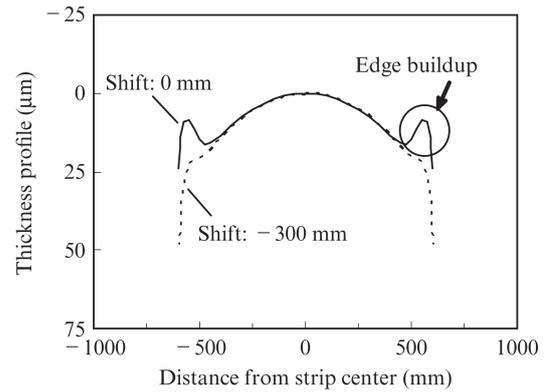


図8 幅戻り圧延での板厚プロファイル

Fig. 8 Calculated thickness profile of strip width change rolling

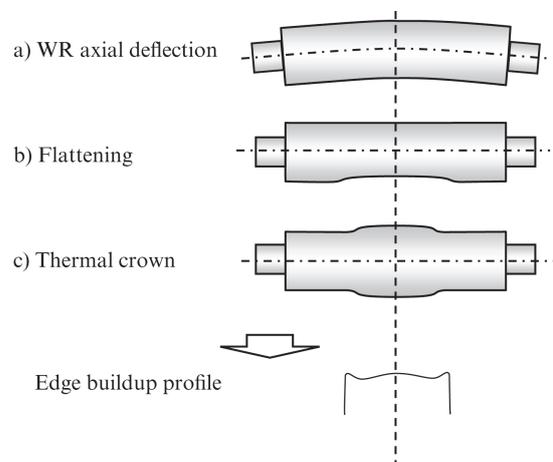


図9 エッジビルドアッププロファイルの発生機構

Fig. 9 Mechanism of edge buildup profile

圧延した後、板幅1200mmの材料を圧延する幅戻り圧延について検討を行った。

WRプロファイルが板厚プロファイルに与える影響を評価するために、ロールの弾性変形を考慮したモデル計算^{13,14)}により板厚プロファイルを計算した。仕上げ圧延機7スタンドのうちのF4スタンドを想定し、入側板厚は5.5mm、出側板厚は3.8mmとした。圧延荷重は14000N、ベンダー荷重は600N(片側1ショックあたり)とした。入側板クラウンはエッジ25mm位置で40μmとし、2次関数近似で幅方向分布を与えた。

4.2 解析結果

図8に、幅戻り圧延での板厚プロファイルを示す。このときWRシフトはWRバレル中央と板幅中央が一致する位置、すなわちWRシフト量0mmである。図8によると、板端部での板厚が板端の内側よりも厚くなっている。これは、エッジビルドアップと称され、次工程での形状不良やコイル圧着疵の原因となり、スケジュールフリー圧延拡大を阻害する要因の一つである。図9に示すように、エッジビルドアップ

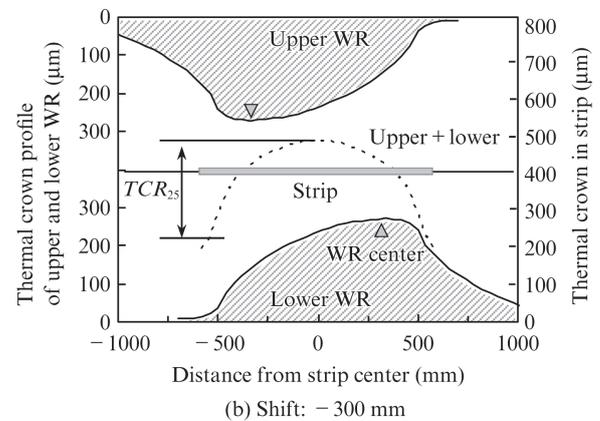
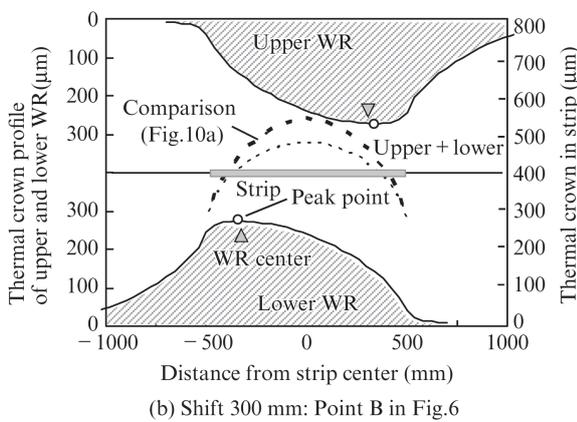
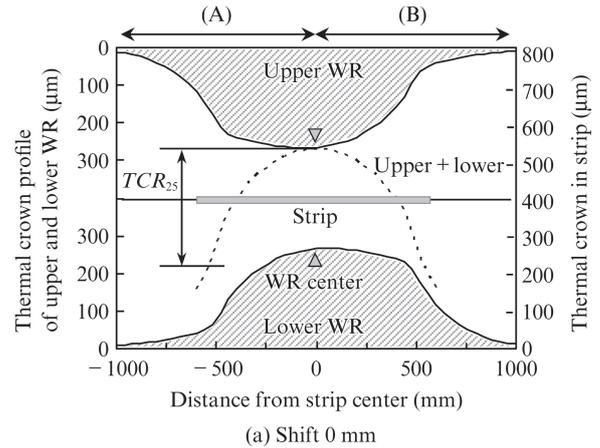
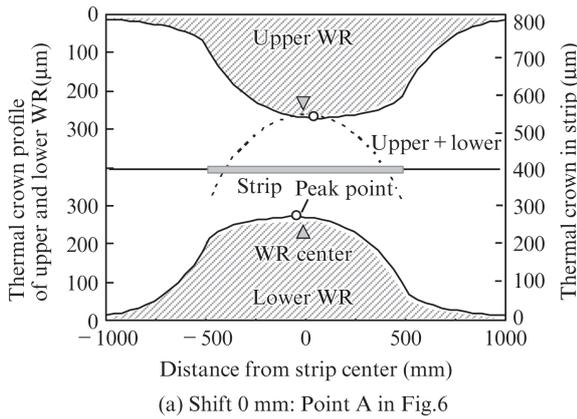


図 10 同一幅連続圧延でのサーマルクラウンプロフィール
Fig. 10 Thermal crown profile of same width serial rolling

図 11 幅戻り圧延でのサーマルクラウンプロフィール
Fig. 11 Thermal crown profile of width change rolling

は、サーマルクラウンプロフィールを主要因として、WR 軸撓みとロール表面扁平により生じる。

次に、板幅 1000 mm の材料をさらに 20 コイル圧延した後に板幅 1200 mm の材料を圧延する幅戻り圧延での板厚プロフィールを、図 8 に合わせて示す。シフト位置は WR シフト量 -300 mm である。WR シフト 0 mm での幅戻り圧延で生じるようなエッジビルドアップは生じていない。同じ WR シフト条件でも、WR プロファイルの板厚プロフィールへの影響は、シフト位置（幅戻り材の圧延順）によって異なることを示している。

5. 考察

5.1 サーマルクラウンのばらつきの考察

はじめに、同一幅連続圧延におけるサーマルクラウンのばらつきについての考察として、図 6 に示したサーマルクラウン評価指標 TCR_{25} が極大、極小となる圧延材に着目する。図 10 (a), (b) にそれぞれ TCR_{25} が極大、極小となったときの上下 WR のサーマルクラウンプロフィールを示す。図 10(a) は WR シフト量 0 mm, 図 10 (b) は WR シフト量 300 mm である。

両者を比較すると、いずれもサーマルクラウンのピーク点は WR パレル中央近傍にあるが、シフト位置の影響によって図 10 (a) ではピーク点は板幅中央近傍に位置するのに対し、図 10 (b) では板端近傍に位置している。なお、各ピーク点でのサーマルクラウン量は WR 半径あたり図 10 (a) では $270 \mu\text{m}$, 図 10 (b) では $273 \mu\text{m}$ であり、両者はほぼ等しい。上下 WR を足し合わせたサーマルクラウンを図 10 に破線で示す。WR シフト量 0 mm での上下 WR のサーマルクラウンの和は、WR シフト量 300 mm の場合よりも小さい。サーマルクラウンの大きさ自体はほぼ等しいことから、これは上下 WR のピーク点と板道との位置関係の違いに起因すると考えられる。両者の最大サーマルクラウン量はほぼ等しいが、図 10 (a) に示すピーク点が板幅中央近傍に位置しているため、板幅中央と板端でのサーマルクラウンの差、すなわち板厚プロフィールへの影響が大きい。図 10 (b) の場合は板端近傍に位置しているため、板幅中央と板端でのサーマルクラウンの差が小さく、板厚プロフィールへの影響が小さい。したがって、同一幅圧延でばらつきが生じるのは、サーマルクラウンの大きさではなくシフト位置の影響によるものである。

次に、幅戻り圧延について考察する。図 11 にサーマルクラウンプロファイルの計算結果を示す。図 11 (a) はシフト量 0 mm, 図 11 (b) はシフト量 -300 mm の上下 WR のサーマルクラウンプロファイルを示している。サーマルクラウンのロール幅方向での最大値は、図 11 (a), (b) とともに $272 \mu\text{m}$ であり両者は等しい。一方で、図 11 (a) の TCR_{25} は $352 \mu\text{m}$, 図 11 (b) では $278 \mu\text{m}$ であり、両者に差が生じている。図 11 に上下ロール分を足し合わせた、板道内のサーマルクラウンを破線で示す。両者を比較すると、サーマルクラウンの最大値は同じであっても、シフト位置の違いによって圧延材への影響は異なり、板厚プロファイルの違いが生じている。

以上より、WRシフトでの WR プロファイル制御には、サーマルクラウンの平滑化効果とともに、上下 WR と板道の位置関係の影響が大きいことが示唆される。従来の WR シフトでは、シフトストロークの増大により幅方向になだらかなプロファイルとなりサーマルクラウンの平均値は低減する。しかし、シフトピッチがサイクル内で固定値であるため、圧延順によっては WR シフト位置が適切でなく、サーマルクラウンの影響を大きく受ける。これがサイクル内での変動が大きくなる要因になると考えられる。

5.2 サーマルクラウン制御能力向上の可能性

同一幅連続圧延において、従来のサイクリックシフトでは、シフト量最大の時に TCR_{25} が最小、シフト量 0 mm の時に最大となる。そのため、サーマルクラウンの平均値とばらつきを低減を両立するためには、シフトピッチを可変として、シフト折り返し点の近傍で圧延本数を多くすることが有効であると考えられる。その一例として、図 12 に示すように、7本毎にシフトストローク 450 mm の圧延を繰り返すシフトパターンを仮定した (板幅 1000 mm)。図 13 に図 12 のシフトパターンでの計算結果を示す。従来のサイクリックシフト (固定シフトピッチ 15 mm) に比べ、サーマルクラウンの平均値と標準偏差の両方が小さい。

このように、同一幅連続圧延においてはシフトピッチを可

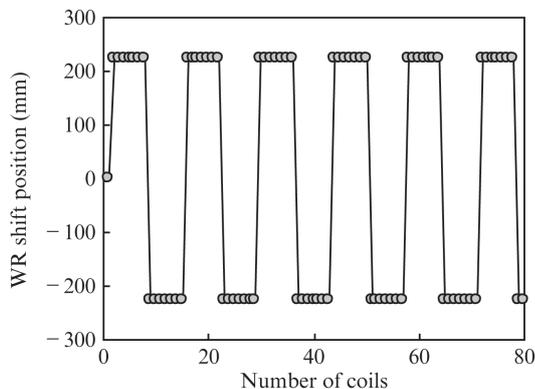


図 12 可変シフトピッチでの WR シフトパターン
Fig. 12 WR shift pattern of variable shift pitch

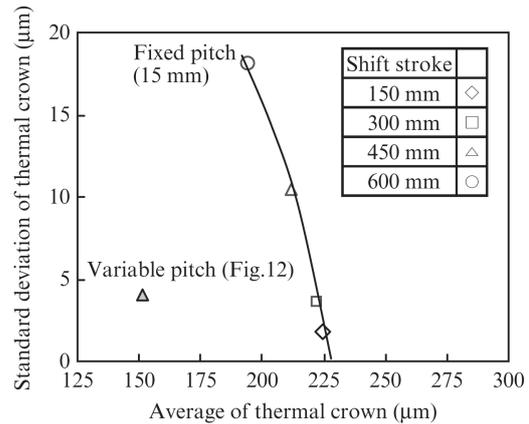


図 13 可変ピッチでのサーマルクラウンの平均値と標準偏差の関係

Fig. 13 Relation between average and standard deviation of thermal crown (variable pitch)

変とする WR シフト方法により、サーマルクラウンの制御能力を向上できる可能性がある。

また幅戻り圧延においては、従来のサイクリックシフトでは、サーマルクラウンの幅方向の最大値は同じでも、シフト位置によって板厚プロファイルが異なる。よって、幅戻り圧延時にサーマルクラウンの影響を抑えるための適切なシフト位置が存在すると考えられる。

図 14 に、板幅 1000 mm の同一連続圧延の後、板幅 1200 mm の材料を圧延する幅戻り圧延時の WR シフト位置を、サイクリックシフトでのシフト予定位置から変更 (アジャスト) したときのサーマルクラウンを示す。サーマルクラウンの影響は、WRシフト位置によって異なっており、WRシフト位置 0 mm の近傍では大きく、シフト折り返し点 (± 300 mm) の近傍で小さい。これは同一幅連続圧延の場合と同様に、シフト位置 0 mm の近傍ではピーク点が板道中央の近傍に位置し、シフト位置最大の近傍ではピーク点が板端近傍に位置しているためである。

また、図 14 に示した TCR_{25} は WR シフト位置約 60 mm

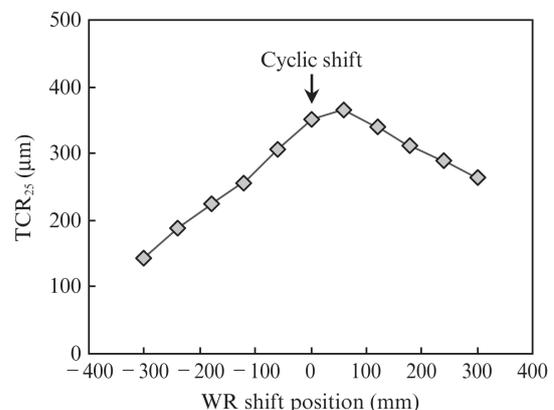


図 14 WR シフト位置がサーマルクラウンに及ぼす影響
Fig. 14 Influence of WR shift position on thermal crown

にて最大となり、WRシフト位置の+側と-側で非対称になっている。これは、WRシフトでは板からの入熱範囲と抜熱範囲が軸方向に移動を繰り返し、その結果として図11(a)に示したようにサーマルクラウンプロファイルが左右非対称になるためである。本条件では、上WRの軸方向-側(A)は+側(B)に比べ、WRが板に接している時間が長く、WRの軸方向-側のサーマルクラウンが+側よりも大きい。そのため、シフト位置をサイクリックシフト予定位置から変更した際の TCR_{25} は、WRシフト位置0mmよりも+側で最大となる。さらに、幅戻り圧延時のサーマルクラウン影響を最小にするには、 TCR_{25} がWR最小となるシフト位置-300mmが最適である。

つまり、幅戻り圧延材に対しては、WRシフト位置をサイクリックな動作とは切り離して、独自の設定をすることによってサーマルクラウンを適切に制御できる可能性がある。これは、従来のサイクリックシフトが持つ、サーマルクラウンをロール軸方向に分散させる効果に加え、サーマルクラウンプロファイルをロールカーブとみなしてシフト位置を制御することを意味している。

本報では、同一幅材の連続圧延またはその後の幅戻り圧延において、圧延時間と圧延インターバルが一定である仮想的なサイクルで解析を行った。しかし実際の熱間圧延での操業では、板幅や圧延時間、冷却時間、圧延長など各材料の圧延条件がランダムなサイクルにて幅戻り圧延を行う必要がある。そのためWRシフト位置は、幅戻り圧延時のWRプロファイルと板道との位置関係を考慮して設定するだけでなく、幅戻り圧延以降のWRプロファイルへの影響も考慮してフレキシブルに設定する必要がある。

6. おわりに

サーマルクラウンを高精度に予測可能なサイクルシミュレーションモデルを構築し、熱間圧延でのWRシフトミルにおけるサーマルクラウン特性について評価を行った。得られた結論を以下に示す。

(1) 従来のサイクリックシフトではシフトストロークを拡大することは、サーマルクラウンの平均値低減には効果があるが、サイクル内でのばらつきが大きくなるため、シフト位置によっては逆効果となる場合がある。

- (2) WRシフトミルでのロールプロファイル制御能力のさらなる向上のためには、サーマルクラウンの平滑化効果とともに、上下ロールのシフト位置と圧延材の位置関係を考慮したロールシフト位置の設定に検討の余地がある。
- (3) 同一幅連続圧延では、シフトピッチを可変とすることでサーマルクラウンの平均値とばらつきの低減を両立できることが示唆される。
- (4) 幅戻り圧延では、WRシフト位置を適切に設定することで、サーマルクラウンプロファイルの板厚プロファイルへの影響を制御できる。

参考文献

- 1) 有村, 岡戸, 藤田. 塑性と加工. 1975, vol. 16, no. 168, p. 44-51.
- 2) 浅村, 伊藤, 藪田, 猪井, 赤時, 小田, 田中. 鉄と鋼. 1988, vol. 74, no. 7, p. 1378-1385.
- 3) 谷口, 中村, 小土井, 森, 増田, 升田. 鉄と鋼. 1985, vol. 71, no. 12, p. 1139.
- 4) 伊藤, 植田, 音田, 豊川, 吉村, 湯澤. 鉄と鋼. 1986, vol. 72, no. 12, p. 1220.
- 5) 北浜, 北村, 田中, 豊島. 塑性と加工. 1982, vol. 23, no. 263, p. 1165-1171.
- 6) 平岡, 市野, 佐藤. 川崎製鉄技報. 2003, vol. 35, p. 44-48.
- 7) 橋本, 川上, 小田, 倉橋, 保木本. 新日鉄技報. 1995, vol. 355, p. 76-83.
- 8) 土橋, 佐藤, 白石, 川嶋, 平田. 神戸製鋼技報. 1998, vol. 48, no. 1, p. 10-13.
- 9) 西山, 倉橋, 川上, 高町. 塑性と加工. 2007, vol. 48, no. 556, p. 446-450.
- 10) Timoshenko, S.; Goodier, J. N. Theory of Elasticity. 1951, p. 406.
- 11) 北浜, 成田, 鍵田, 鴨志田, 佐々木, 栗津原. 第35回塑性加工連合講演会論文集. 1984, p. 243-246.
- 12) 小田, 唐戸, 菊間. 塑性と加工. 1995, vol. 36, no. 417, p. 1151-1156.
- 13) 北浜, 鍵田, 音田, 成田. 塑性と加工. 1995, vol. 36, no. 417, p. 1163-1168.
- 14) 米田, 北浜, 侍留. 川崎製鉄技報. 1996, vol. 28, no. 2, p. 14-20.



山口 慎也



館野 純一



陣内 達也