

川崎製鉄技報

KAWASAKI STEEL GIHO

Vol.33 (2001) No.3

数値解析・形鋼特集号

高機能熱間圧延製品開発のための温度－変形－材質連成解析シミュレータの開発

An Integrated Mathematical Simulator of Temperatures, Rolling Loads and Metallurgical Properties for Development of High-function Steels

竹林 克浩 (Takebayashi, K.) 佐伯 真事 (Saeki, M.) 吉田 博 (Yoshida, H.)

要旨：

ホットストリップミルの加熱炉出側からコイラーまでの全熱間圧延工程における温度、負荷、および材質を同時に高精度に予測する熱間圧延総合シミュレータを開発した。本シミュレータは、(1) 材料およびロールの温度予測、(2) 荷重、トルクおよびモータ負荷などの負荷予測、(3) γ 粒径、相変態などの金属学的諸特性および製品の降伏点、伸び、硬度などの材質予測の 3 つのシミュレータから構成される。これらを連成することによって正確な解析が可能である。本シミュレータは任意の熱間圧延工程に適用可能であり、高機能熱延製品開発における設備および製造条件の検討に効力を発揮している。

Synopsis：

A hot integrated mathematical simulator called HIMS has been successfully developed for predicting, simultaneously with high accuracy, temperatures, loads and material qualities in the rolling process, covering the range from the exit of a reheating furnace to the coilers of a hot strip mill. The simulator consists of three subsimulators for predicting each of: temperatures of rolled material and rolls; the loads of rolling force, rolling torque and motor power; and metallurgical properties, including γ grain size and phase transformation, in addition to the mechanical properties such as yield point, elongation and hardness. Through the interrelated calculation of the subsimulators, accurate analyses can be preformed. HIMS is applicable to all sorts of hot strip mill processes as desired and exhibits satisfactory effectiveness in studying the equipment and the production conditions for the development of diverse new hot rolled products having high functions.

(c)JFE Steel Corporation, 2003

本文は次のページから閲覧できます。

高機能熱間圧延製品開発のための 温度－変形－材質連成解析シミュレータの開発*

川崎製鉄技報
33 (2001) 3, 122-127

An Integrated Mathematical Simulator of Temperatures, Rolling Loads and Metallurgical Properties for Development of High-function Steels



竹林 克浩

Katsuhiro Takebayashi
技術研究所 加工・制御研究部門 主任研究員(課長)



佐伯 真事

Makoto Saeki
水島製鉄所 管理部商品技術室 主査(部長補)



吉田 博

Hiroshi Yoshida
(財)地球環境産業技術研究機構 地球環境産業技術研究所研究企画部 先端研究調査室 主幹(部長)・工博

要旨

ホットストリップミルの加熱炉出側からコイラーまでの全熱間圧延工程における温度、負荷、および材質を同時に高精度に予測する熱間圧延総合シミュレータを開発した。本シミュレータは、(1) 材料およびロールの温度予測、(2) 荷重、トルクおよびモータ負荷などの負荷予測、(3) γ 粒径、相変態などの金属学的諸特性および製品の降伏点、伸び、硬度などの材質予測の3つのシミュレータから構成される。これらを連成することによって正確な解析が可能である。本シミュレータは任意の熱間圧延工程に適用可能であり、高機能熱延製品開発における設備および製造条件の検討に効力を発揮している。

Synopsis:

A hot integrated mathematical simulator called HIMS has been successfully developed for predicting, simultaneously with high accuracy, temperatures, loads and material qualities in the rolling process, covering the range from the exit of a reheating furnace to the coilers of a hot strip mill. The simulator consists of three subsimulators for predicting each of: temperatures of rolled material and rolls; the loads of rolling force, rolling torque and motor power; and metallurgical properties, including γ grain size and phase transformation, in addition to the mechanical properties such as yield point, elongation and hardness. Through the interrelated calculation of the subsimulators, accurate analyses can be preformed. HIMS is applicable to all sorts of hot strip mill processes as desired and exhibits satisfactory effectiveness in studying the equipment and the production conditions for the development of diverse new hot rolled products having high functions.

1 緒 言

近年、熱間圧延によって製造される製品や素材には板厚や形状などの寸法精度だけでなく、高機能特性を付加するために厳密かつ高度な圧延・温度条件が要求されるようになってきた。これら新機能材料は、従来研究所において基本的な製造条件を決定した後に、実機における製造確性実験を経て工程化されてきた。しかしながら、特に新プロセスをともなう材料の開発や、材料開発の迅速化という観点から、製造工程における圧延現象や金属学的特性を精度よく予測し、プロセスに反映させることが重要となってきた。

熱間圧延時の現象を予測するモデルとしては、材料温度^{1,2)}・ロール温度³⁾・圧延負荷⁴⁾・材質⁵⁻⁷⁾のそれぞれ単体を予測対象として多

くの研究結果が報告されている。しかし、材料・ロールの温度推移を予測するモデル(温度シミュレータ)、荷重・トルクなどの圧延負荷を予測するモデル(圧延シミュレータ)、材料の再結晶、回復、粒成長、相変態などの金属学的諸特性を定量化して製品の伸び、強度、硬度などの材質を予測するモデル(材質シミュレータ)は、それぞれ独立しているものではなく、Fig. 1に示すように相互関係をもっている。たとえば、圧延中の材料温度は圧延荷重の影響を受け、逆に圧延荷重は材料温度の影響を受ける。したがって、温度・圧延負荷・金属学的諸特性を計算により精度よく予測するには、これらのモデルは連成して同時に計算されるべきである。

これらのモデルを連成させた結果として、たとえば、材料温度モデルとロール温度モデルと連成した計算結果⁸⁾、材料温度モデルと材質モデルとを連成した計算結果^{9,10)}、材料・ロール温度モデルと材質モデルとを連成した計算結果¹¹⁾などが報告されている。さらに、Beynon らは厚板ミルを対象として、材料温度・圧延負荷・材質を

* 平成13年5月10日原稿受付

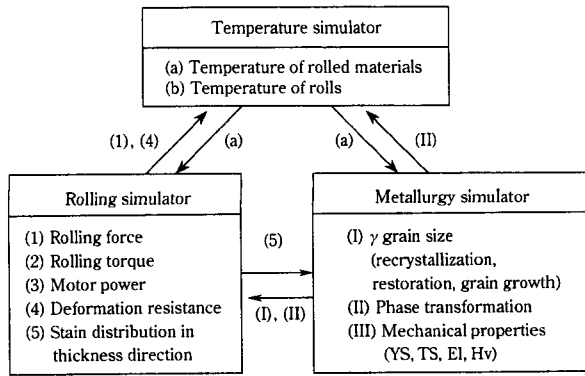


Fig. 1 Interrelation among various simulators

同時に解析した結果¹²⁾（ロール温度解析は含まれていない）を報告している。しかし、ホットストリップミルを対象とした温度・圧延・材質をすべて予測できるモデル、すなわち総合シミュレータはまだ開発されていない。

そこで、温度・圧延・材質の各シミュレータに連成関係をもたせながら、加熱炉出側からコイラーまでの熱間圧延工程全体を計算対象とする熱間圧延総合シミュレータ（HIMS: hot integrated mathematical simulator）を開発した。

2 総合シミュレータの概要

解析の対象は既設、仮想を問わず任意の熱間圧延プロセスである。また、材料の解析対象位置は幅方向における中央部の板厚方向全域であり、長手方向位置は任意である。

2.1 計算の全体の流れ

開発した総合シミュレータの全体の流れを Fig. 2 に示す。まず、

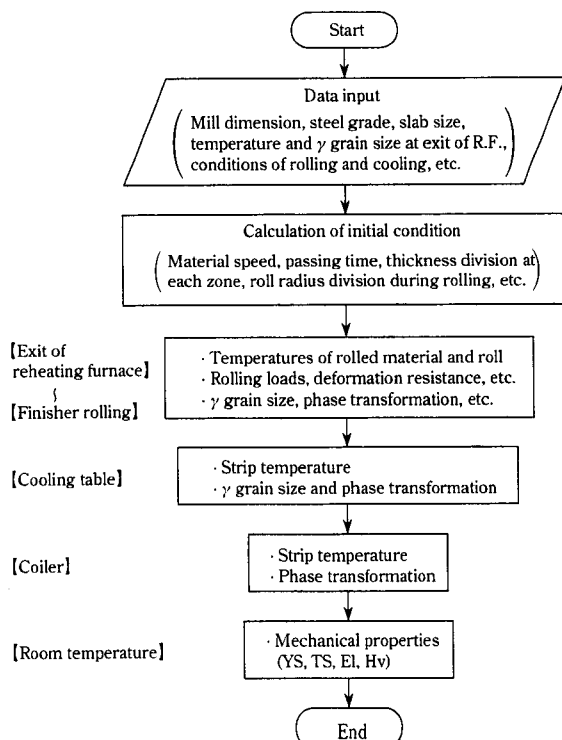


Fig. 2 Whole simulation flow of the hot integrated mathematical simulator

成分、鋼種、ミル寸法、圧延・冷却条件、および加熱炉出側での材料の断面寸法・温度・初期のオーステナイト (γ) 粒径などを入力し、各代表区間での材料速度・通過時間・板厚方向要素分割、および圧延時のロール半径方向要素分割などを計算する。次に、加熱炉出側から仕上げミル出側までの材料の温度・γ 粒径・相変態の推移、圧延時の圧延負荷およびロール温度推移を計算する。さらに、ホットラン冷却テーブル上の材料の温度・γ 粒径・相変態、および巻き取り後の材料の温度・相変態の推移を計算する。最後に、巻き取り後に材料断面内（板厚方向）すべてで変態が終了した時点で室温における製品の材質（降伏応力 YS、引張強度 TS、伸び El、硬度 Hv）を計算する。

2.2 解析手法の概要

本シミュレータで用いる主な解析手法を以下に示す。

2.2.1 材料・ロール温度の計算

材料内での熱移動は板厚方向にのみ、ロール内での熱移動は半径方向にのみ生じると仮定すると、次の非定常 1 次元の熱伝導方程式が導かれる。

材料内：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q = \rho \cdot C \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

ロール内：

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho \cdot C \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad \dots \dots \dots (2)$$

また、境界条件として次式が成立する。

$$\lambda_s \left(\frac{\partial T}{\partial x_n} \right)_s = H_c (T_s - T_{atm}) + q_f \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 x 、 r ：板厚方向、半径方向座標、 λ ：熱伝導度、 q ：単位体積・単位時間あたりの加工または変態発熱量、 ρ ：密度、 T ：温度、 t ：時間、 C ：比熱、 H_c ：熱伝達係数、 x_n ：境界に垂直な座標、 T_{atm} ：雰囲気または相手材温度、 q_f ：摩擦による単位表面積・単位時間あたりの発熱量、添字 s ：境界を意味する添字

方程式 (1)～(3) を陰解差分法 (Crank-Nicolson法)¹³⁾ で解き、材料・ロールの温度を求める。なお、圧延ロールバイト内で材料の速度および厚み減少率は板厚方向に一定と仮定する。Fig. 3 に圧延中の要素分割の模式図を示す。計算時間節約のため、断面分割は表面で細かく、時間分割 (図の破線に相当) は急冷時に短くなるように工夫している。

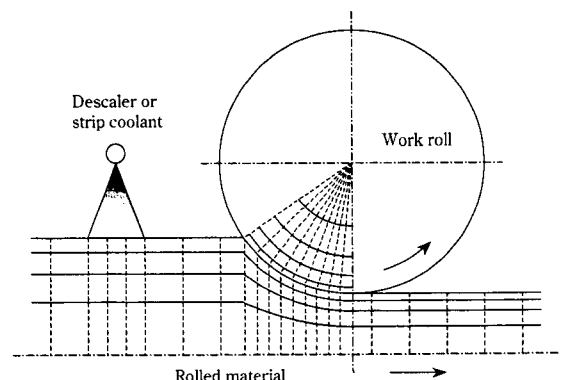
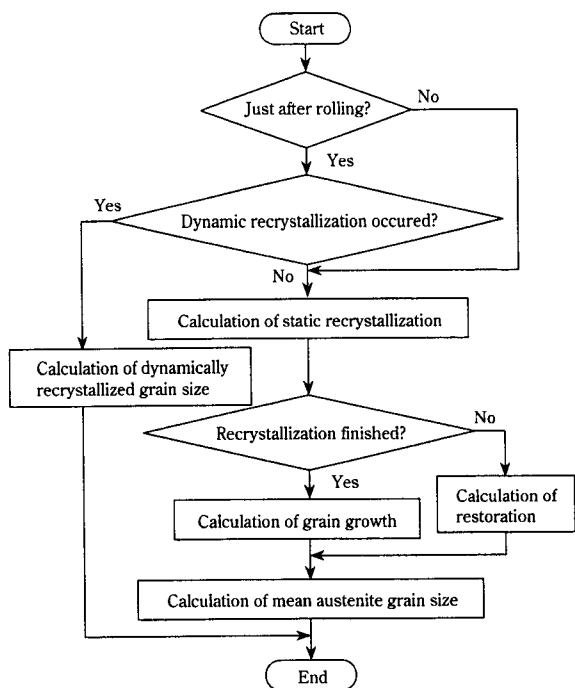


Fig. 3 Schematic diagram of elemental division during rolling

Fig. 4 Flow chart for calculating γ grain size

2.2.2 圧延時の負荷、平均変形抵抗の計算

圧延時の荷重・トルク・消費動力の計算にはロール接触弧内ですべりと固着の両者を考慮した玉野の混合摩擦圧延理論¹⁴⁾を用いる。平均変形抵抗の計算には粗圧延時には美坂の式¹⁵⁾を、仕上圧延時には累積ひずみ・成分硬化・動的軟化・相変態軟化を考慮した吉田の式¹⁶⁾を用いる。

2.2.3 圧延時の板厚方向ひずみ分布の計算

再結晶・粒成長に大きな影響を及ぼす圧延中に受けるひずみ（相当塑性ひずみ）は、板厚方向で異なり、表面は中心よりも大きなひずみとなる。圧延時の板厚方向ひずみ分布式として、(4)～(7)式を用いる。

$$\bar{\epsilon}_y = C \left(\frac{2y}{h} \right)^2 + 1.15 \ln \left(\frac{H}{h} \right) \dots \dots \dots (4)$$

$$C = B_1 \left(\frac{H}{2R} \right)^{B_2} \cdot r_e^2 \dots \dots \dots (5)$$

$$B_1 = 0.18381 + 0.34435\mu + 1.4086\mu^2 \dots \dots \dots (6)$$

$$B_2 = 0.076669 - 2.0566\mu + 2.1128\mu^2 \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 y : 板厚中心からの距離、 $\bar{\epsilon}_y$: 板厚方向 y 位置における相当ひずみ、 H : 入側板厚、 h : 出側板厚、 μ : 摩擦係数、 R : ロール半径、 r_e : 圧下率

(4)～(7)式は剛塑性 FEM による圧延時の材料変形解析結果¹⁷⁾を数式化したものであり、その適用範囲は $H/2R = 0.02 \sim 0.25$ 、 $r_e = 0.2 \sim 0.5$ 、 $\mu = 0.25 \sim 0.55$ である。

2.2.4 γ 粒径の計算

γ 粒径変化を引き起こす素過程は動的再結晶・静的再結晶・回復・粒成長である。これらの素過程を表す数式モデルとして Sellars らの基礎式³⁾の係数を修正したものを用いる。¹⁸⁾

γ 粒径計算の流れ図を Fig. 4 に示す。圧延条件（ひずみ、ひずみ

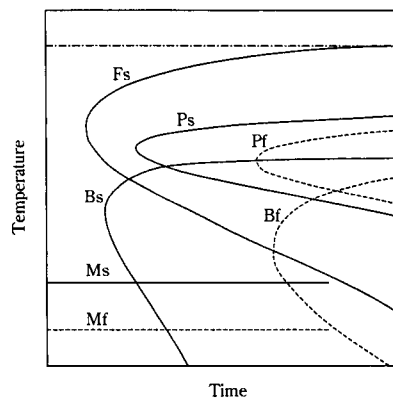


Fig. 5 Schematic TTT diagrams; F, P, B and M represent ferrite, pearlite, bainite and martensite, respectively, and subscripts s and f represent start and finish of phase transformation, respectively

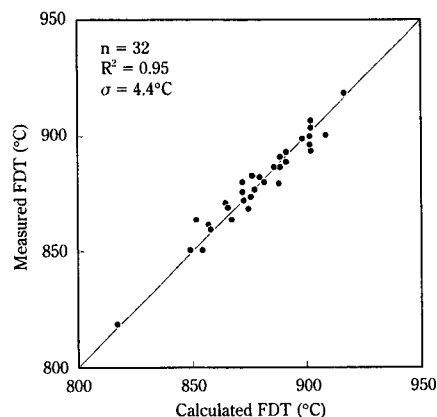


Fig. 6 Comparison between calculated and measured finisher delivery temperatures

速度、平均圧延温度）と圧延後の温度推移から γ 粒径の推移を計算する。

2.2.5 相変態の計算

各相の変態開始と終了の等温変態曲線を化学成分・粒径をパラメータとする関数で Fig. 5 に示すように近似し、これらの等温変態曲線を利用して任意の冷却曲線に対する変態挙動を計算する手法¹⁹⁾を用いる。

2.2.6 材質の計算

室温における製品材質 (YS, TS, El, Hv) は、化学成分・ γ 粒度・組織パラメータの線形数式化したもの¹⁸⁾から予測する。

2.3 計算値と実測値との比較

HIMS による予測温度を確認するために、川崎製鉄水島製鉄所の実機ホットストリップミルにおける温度・圧延荷重・製品材質の実測値と計算値との比較を C-Mn 鋼について行った。

代表例として、仕上圧延機出側温度 FDT、仕上最終スタンド圧延荷重 P_f 、引張強度 TS についての比較結果を Fig. 6～8 に示す。仕上板厚は 2.1～4.5 mm である。実測 FDT と計算 FDT の差の標準偏差 σ は 4.4°C、荷重比（実測 P_f /計算 P_f ）の σ は 8.1%、実測 TS と計算 TS の差の σ は 14 MPa であり、HIMS による予測精度は良好である。

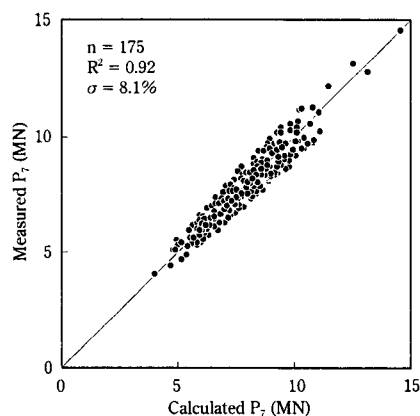


Fig. 7 Comparison between calculated and measured rolling forces at F7 stand

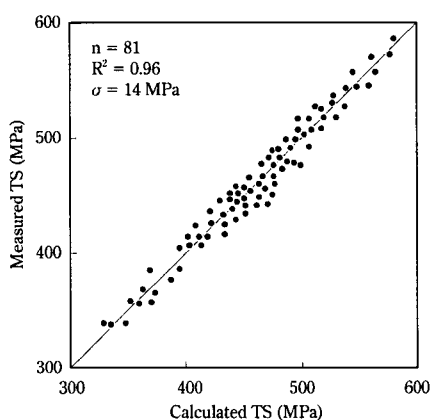


Fig. 8 Comparison between calculated and measured tensile strength of final product

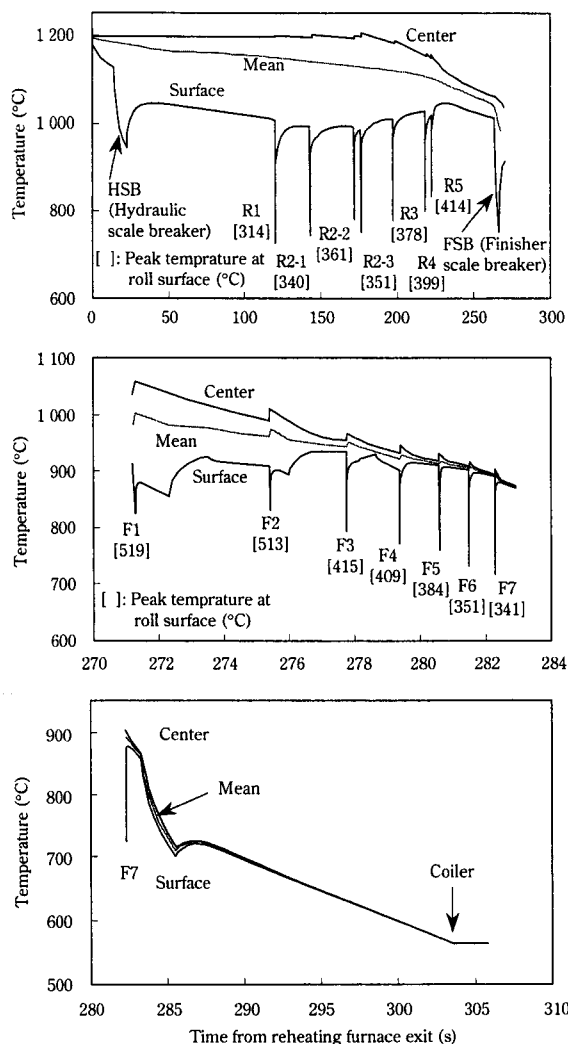


Fig. 9 Temperature changes at leading end of rolled material from exit of reheating furnace to coiler

3 総合シミュレータ, HIMSによる計算例

水島製鉄所の実機ホットストリップミルにおける計算例を以下に示す。シミュレーション条件は Table 1 に示すとおりである。

3.1 温度の推移

加熱炉出側からコイラーまでの材料先端 (LE) の温度推移 (表面、板厚中心、板厚平均) を Fig. 9 に示す。ただし、加熱炉出側での材料温度は 1200°C (板厚方向均一) とし、図中の [] 内には、圧延中のロール表面の最高到達温度 (ピーク温度) もあわせて示す。また、R1 (No. 1 粗ミル) および F1 (No. 1 仕上ミル) について、材料先端圧延時のロールバイト内での材料およびロールの表面温度推移を Fig. 10 に示す。

材料表面温度は、HSB (hydraulic scale breaker)・FSB (finisher scale breaker) などの水冷時の水への熱伝達および圧延時のロール表面への熱伝導による放熱により急激に低下するが、水冷および圧延が終了するとすぐに復熱する。この急激な降温は表面近傍だけで、圧延中の板厚中心では逆に加工発熱によってわずかに昇温する。ロ

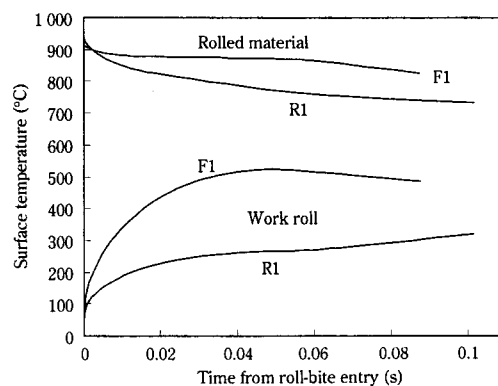


Fig. 10 Surface temperature changes in roll bites during R1 and F1 rollings at leading end of rolled material

ール表面ピーク温度は、本シミュレーション条件では仕上前段スタンド (F1, F2) で最も高く、510°C を超えている。ホットランター

Table 1 Conditions for simulation

Steel grade (mass%)	Slab size (mm)	Sheet bar size (mm)	Strip size (mm)	F7 speed (m/min)
Low carbon (C: 0.07, Mn: 0.42)	215 T × 1300 W × 9 100L	40 T × 1150 W	3.2 T × 1150 W	500→700

Table 2 Rolling loads during rougher rolling

Stand		R1	R2-1	R2-2	R2-3	R3	R4	R5
Force (MN)	LE	8.83	16.9	17.1	16.9	16.5	16.1	14.3
	MID	8.85	16.9	17.0	16.9	16.6	16.1	14.3
	TE	8.87	16.9	17.0	16.8	16.6	16.2	14.4
Torque (MN・m)	LE	1.03	2.70	2.56	2.29	1.90	1.58	1.16
	MID	1.04	2.70	2.56	2.31	1.91	1.59	1.17
	TE	1.04	2.71	2.55	2.32	1.92	1.59	1.17
Motor power (MW)	LE	1.80	6.68	6.34	5.68	8.27	10.5	10.1
	MID	1.80	6.69	6.33	5.71	8.32	10.5	10.2
	TE	1.80	6.71	6.31	5.74	8.83	10.5	10.2

Table 3 Rolling loads during finisher rolling

Stand		F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Force (MN)	LE	18.3	16.9	10.5	10.0	9.50	7.36	7.30
	MID	21.7	19.4	11.8	11.2	10.6	8.19	8.03
	TE	23.4	20.1	12.1	11.4	10.8	8.29	8.10
Torque (MN・m)	LE	1.470	0.913	0.342	0.255	0.176	0.104	0.085
	MID	1.740	1.050	0.382	0.284	0.196	0.114	0.093
	TE	1.870	1.080	0.393	0.289	0.199	0.116	0.094
Motor power (MW)	LE	4.77	4.95	2.86	3.10	3.02	2.13	1.99
	MID	6.40	7.01	4.06	4.45	4.39	3.11	2.90
	TE	8.49	8.24	4.61	4.91	4.76	3.33	3.06

ブル上では、板厚方向温度差は非常に小さく、材料全体の温度は水冷によって急激に降下するが、空冷中かつ相変態進行中の場合には変態発熱による上昇も認められる。また、巻き取られると温度低下はなくなる。

ロールバイト内の材料およびロールの表面温度推移を詳細に見ると、R1 ではバイト入側から出側に向かって単調に材料温度は降下しロール温度は上昇して行く。F1 ではロールバイト内で材料表面温度が極大値を示す。この傾向はロールと材料との摩擦発熱速度が大きくかつ接触時間がある程度長い場合に生じると考えられる。

3.2 各スタンドの圧延負荷

各スタンドでの圧延負荷（荷重、トルク、動力）の計算結果を Table 2（粗圧延）、Table 3（仕上圧延）に示す。表中の LE、MID、TE はそれぞれ長手方向位置の先端、中央、後端を意味する。粗圧延時の圧延負荷は材料長手方向位置によってほとんど差がない。しかし、仕上圧延時の前段スタンドの圧延負荷は先端から後端に行くほど大きくなる。これは、後端に行くほど、仕上圧延機前での待機時間が長くなり、その間の温度低下のために材料温度が低い状態で圧延されるためであると考えられる。

3.3 γ 粒径の推移

加熱炉出側から仕上ミル出側までの材料先端の γ 粒径推移（表面、板厚中心、板厚平均）を Fig. 11 に示す。ただし、加熱炉出側での γ 粒径は $500\mu\text{m}$ （板厚方向均一）とした。圧延後の再結晶により γ 粒は細粒化して行く。温度が低い板厚表面のほうが再結晶粒の粒成長速度が小さいため、 γ 粒は板厚中心よりも表面の方が細粒化されるが、仕上スタンド後段になるとその差はほとんどなくなり、仕上ミル出側では、 $13\sim14\mu\text{m}$ 程度の細粒となる。

3.4 相変態の推移

仕上ミル出側からコイラーまでの材料先端の相変態の推移（板厚

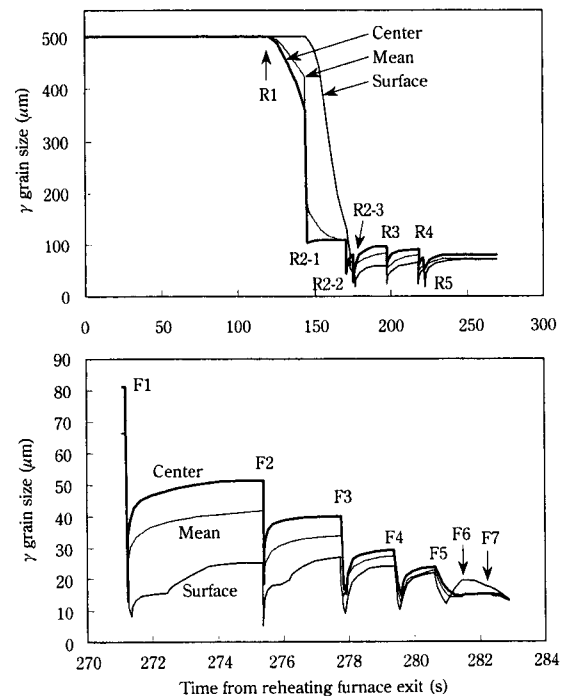


Fig. 11 γ grain size changes at leading end of rolled material from exit of reheating furnace to finisher exit

平均）を Fig. 12 に示す。この成分の鋼ではフェライト変態がまず起こり、フェライト変態が終了してからパーライト変態が開始する。本シミュレーション条件では巻き取りまでに変態は終了している。

3.5 製品の材質

製品の材質（降伏応力 YS、引張強度 TS、伸び El、ビッカース硬さ Hv）の計算結果を Table 4 に示す。計算では板厚方向分布が出

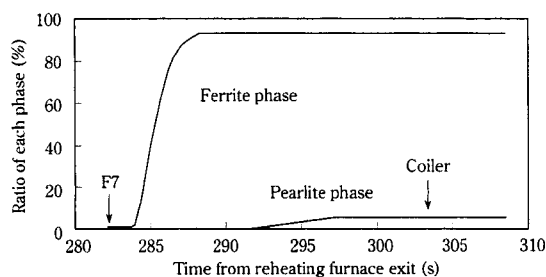


Fig. 12 Variation of each transformed phase (thickness mean) at leading end of rolled material from finisher exit to coiler

Table 4 Mechanical properties of final product

Position	LE	MID	TE
YS (MPa)	263	264	266
TS (MPa)	366	367	369
El (%)	48.3	48.1	47.6
Hv	105	105	104

Thickness: Mean values

力されるが、YS, TS, El では板厚平均値のみが意味があるので、表には板厚平均値のみを示す。本シミュレーション条件では長手方向位置による材質の差はほとんど認められない。

4 結言および活用例

加熱炉出側からコイラーまでの全熱間圧延工程における温度（材

料、ロール）、圧延負荷（荷重、トルクなど）、および金属学的諸特性（ γ 粒径、相変態、材質など）を同時に高精度に予測するホット総合シミュレータを開発した。本シミュレータは、任意（既設、仮想）のホットストリップミルに適用可能であり、その活用範囲は非常に広い。

さらに、本シミュレータをベースとして、熱応力解析シミュレータも開発されている。これは、冷却時における解析領域を断面内二次元に拡張するとともに、冷却中の塑性変形を考慮することにより、製品の残留応力や形状を予測するものであり、ホットストリップミルに限らず、厚板や条鋼の製造プロセスにも適用されている。

このように、圧延にともなう諸現象を連成して解析することにより、複雑なプロセスを高精度に予測するとともに、多彩なプロセスにも適用しうる拡張性を具備することが可能となった。

本シミュレータは種々の新製品開発におけるプロセス検討および、製造方法の最適化ツールとして使用されている。最後に、本シミュレータの活用された案件例を以下に列挙する。

- (1) 千葉製鉄所新熱間圧延工場の設備構成および圧延・冷却設備の基本仕様の検討²⁰⁾
- (2) 仕上スタンド間厚み計の設置台数・位置の検討²¹⁾
- (3) 粗・仕上圧延時のオンライン鋼板温度モデルの精度向上¹⁶⁾
- (4) オンライン用巻取温度予測モデルの精度検証²²⁾
- (5) 高 ν 値熱間圧延鋼板製造のための熱間圧延条件の検討²³⁾
- (6) 圧延・冷却条件変更による材質作り分けの検討
- (7) 特殊鋼（ステンレス鋼、方向性珪素鋼、ロケット用鋼、高炭素鋼など）の最適熱間圧延条件の検討
- (8) 熱間圧延鋼板²⁴⁾、形鋼²⁵⁾、条鋼²⁶⁾、厚鋼板²⁷⁾の残留応力、残留ひずみ低減のための冷却方法の検討

参考文献

- 1) 小門純一：塑性と加工，11(1970)108, 816
- 2) 熊野征春，高橋出雲男，吉岡 豊，大西輝孝，梶浦茂実，東 和彦：神戸製鋼技報，36(1986)3, 47
- 3) 関本靖裕，田中守通，沢田良三，古賀政義：鉄と鋼，61(1975)10, 2337
- 4) 日本鉄鋼協会 共同研究会 圧延理論部会：「板圧延の理論と実際」，(1984)，36，[日本鉄鋼協会]
- 5) C. M. Sellars and J. A. Whiteman: *Metal Science*, 13(1979), 187
- 6) 矢田 浩：塑性と加工，28(1987) 316, 413
- 7) 斉藤良行：鉄と鋼，74(1988) 4, 609
- 8) C. Devadas, I. V. Samarasekerra, and E. B. Hawbolt: *Metall. Trans. A*, 22A(1991), 307
- 9) A. Laasraoul and J. J. Jonas: *ISIJ Int.*, 31(1991)1, 95
- 10) Z. Liu, G. Wang, S. Han, Q. Zhang, D. Ma, and G. Wu: *J. Mater. Process. Technol.*, 34(1992), 503
- 11) C. Devadas, I. V. Samarasekerra, and E. B. Hawbolt: *Metall. Trans. A*, 22A(1991), 335
- 12) J. H. Beynon and C. M. Sellars: *ISIJ Int.*, 32(1992)3, 359
- 13) G. D. Smith 著，藤川洋一郎訳：「電算機による偏微分方程式の解法」，(1982)，17，[サイエンス社]
- 14) 玉野敏隆，柳本左門：機論，43(1977)372, 2885
- 15) 美坂佳助，吉本友吉：塑性と加工，8(1967)79, 414
- 16) 吉田 博：塑性と加工，23(1982)252, 67
- 17) T. Iguchi and I. Yaritha: *ISIJ Int.*, 31(1991)6, 559
- 18) M. Saeki, J. Tsunoyama, H. Yoshida, and Y. Ito: Proc. of the 29th Mechanical Working and Steel Proc. Conf., ISS-AIME, (1987), 365
- 19) 吉田 博：鉄と鋼，68(1982)8, 965
- 20) 小川靖夫，中村武尚，北尾斎治：川崎製鉄技報，27(1995)3, 131
- 21) 井上正敏，藤本隆史，潮海弘資，上村正樹，上原淳則，村山 薫，吉田 博，小関智史：鉄と鋼，79(1993)6, T77
- 22) 八尋和広，山崎順次郎，古川誠博，新井和夫，森田正彦，小橋正満：川崎製鉄技報，22(1990)3, 12
- 23) S. Matsuoka, K. Sakata, S. Satoh, and T. Kato: *ISIJ Int.*, 34(1994)1, 77
- 24) H. Yoshida: *Trans. ISIJ*, 24(1984), 212
- 25) H. Yoshida: *Trans. ISIJ*, 24(1984), 401
- 26) 吉田 博：塑性と加工，25(1984)280, 388
- 27) 吉田 博，玉利孝徳，伊藤高幸：鉄と鋼，83(1997)2, 121