
振り振子による内部摩擦測定理論と実験における二、三の寄与

Contributions to the Theory and Experiment of Internal Friction Measurement with
Torsion Pendulums

岩崎 義光(Yoshimitu Iwasaki) 藤元 克巳(Katsumi Fujimoto) 今中 拓一(Takuichi
Imanaka)

要旨：

筆者らが最近展開した振り振子に関する一連の理論と実験から、既存概念の問題点を指摘し、振り内部摩擦の新たな概念を提唱した。理論で導いた内部摩擦、振動数に関する式を二、三の具体例で検証し、複合振子における吊線の効果を明らかにした。複合振子の力学的解析上陥りやすい過ちを Collette, Swartz の誤りをもとに解説し、振り振子から得られる試料の内部摩擦の意味を明確した。内部摩擦の鉄鋼物性研究の応力に触れ、将来、振り振子を用いた高温内部摩擦測定的重要性が増すことを説いた。

Synopsis：

Recently developed fundamental concepts are presented in the theory and experiment of torsion pendulums. General expressions of the internal friction are derived from the equation of motion associated with the torsion pendulum oscillating in free decay. The internal friction and frequency of the specimen are represented in the form containing explicitly those of the torsion wires. The formulae for these anelastic quantities enable one to estimate the effect of the suspension in the torsion pendulums of the inverted, Collette and newly introduced three-component types. An experimental study has been made to ensure applicability of the formulae and examine inevitability of the correction of the suspension. Drawbacks are found in the current theory of the Collette and the inverted torsion pendulums. Detailed explanation of the drawbacks unveiled the meaning of anelasticity in the Collette pendulum, yielding fundamentals in the mechanical theory of the torsion pendulum.

(c)JFE Steel Corporation, 2003

本文は次のページから閲覧できます。

振り振子による内部摩擦測定の 理論と実験における二、三の寄与

Contributions to the Theory and Experiment of
Internal Friction Measurement with Torsion Pendulums

岩 崎 義 光*
Yoshimitsu Iwasaki

藤 元 克 己**
Katsumi Fujimoto

今 中 拓 一***
Takuichi Imanaka

Synopsis:

Recently developed fundamental concepts are presented in the theory and experiment of torsion pendulums. General expressions of the internal friction are derived from the equation of motion associated with the torsion pendulum oscillating in free decay. The internal friction and frequency of the specimen are represented in the form containing explicitly those of the torsion wires. The formulae for these anelastic quantities enable one to estimate the effect of the suspension in the torsion pendulums of the inverted, Collette and newly introduced three-component types. An experimental study has been made to ensure applicability of the formulae and examine inevitability of the correction of the suspension. Drawbacks are found in the current theory of the Collette and the inverted torsion pendulums. Detailed explanation of the drawbacks unveiled the meaning of anelasticity in the Collette pendulum, yielding fundamentals in the mechanical theory of the torsion pendulum.

1. 緒 言

固体の擬弾性や粘弾性現象は、古くから内部摩擦や剛性率という物理量を通じて研究された。擬弾性現象の中でも、侵入型固溶原子が母結晶にもたらし弾性的歪場の異方性に起因する Snoek 緩和現象は、内部摩擦の重要性をひととき引き立たせた。鉄鋼においても、C, N の固溶量をそれぞれ ppm のオーダーで非破壊的に定量しうる簡便な手

法として Snoek ピーク測定は大いに注目を浴びた。特に自動車用深絞り冷延鋼板では、その工程上、固溶 C, N 量の制御が問題となり、Snoek ピーク測定が必要となった。通常この種の測定は、Snoek ピーク温度を下げ、測定中の時効を抑える意味から低周波領域 (0.1~10Hz) で行われる。

低周波領域の内部摩擦測定には、おもに振り振子が用いられ、中でも、Kê, 逆吊りおよび Collette 振子がよく知られている^{1,2)} (Fig.1~3 参照)。

Kê 型振子は最も単純な振子であって、元来

* 技術研究所物理研究室主任研究員

** 技術研究所副所長・工博

*** 綜合工場管理部技術管理室主任(課長待遇)・工博
(昭和54年3月5日原稿受付)

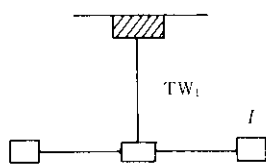


Fig. 1 Torsion pendulum of the Kê type. TW_1 : torsion wire with viscosity η_1 and spring constant k_1 ; I : moment of inertia of large external inertia

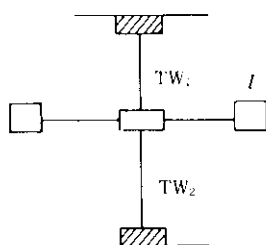


Fig. 2 Inverted torsion pendulum. TW_i : torsion wires with viscosity η_i and spring constant k_i for $i=1, 2$; I as in Figure 1

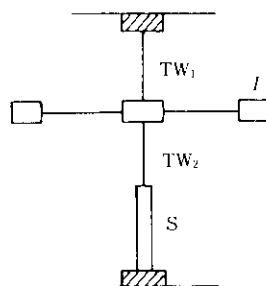


Fig. 3 Torsion pendulum of the Collette type. TW_i : torsion wires with viscosity η_i and spring constant k_i for $i=1, 2$; I as in Figure 1; S : specimen with viscosity η_3 and spring constant k_3

Coulomb型振子と称された。Kêが純Alで粒界に起因した緩和ピーク、いわゆる粒界内部摩擦ピークを見い出して以来³⁾、この種の振子が金属の擬弾性的性質の究明に盛んに使われるようになった。ところがKê型振子は横揺れを伴いやすく、致命的なことには、付加慣性重りが高温 ($>0.6 T_m$: T_m は融点)で試料にクリープ変形を与える。これらの欠点を補う振子として逆吊り振子が考え出された。

ところで、鋼中C,Nの固溶量制御が問題となる商用鋼の多くは鋼板である。品質管理に利用するうえからは、前2振子に適用される線状試料より板状の

方が作成が容易であり、微細組織を保持するうえで好ましい。しかし、板状試料では剛性が大きすぎ、振り振子法に適した周波数領域を逸脱し、測定にかからないことがある。そこで、板状試料のように剛性の大きな試料でも低周波領域で測定可能な振子として、逆吊り振子の變形とみなせる振子が考案され⁴⁻⁶⁾、Collette振子として多くの関心を集めた⁷⁻¹¹⁾。しかし、最近筆者らは、Collette振子が剛性の大きな試料の内部摩擦測定に向かないことを明らかにし¹²⁾、この要求を満たす新しいタイプの振り振子(3コンポーネント振子)を理論的に導いた¹³⁾(Fig.4参照)。それでもCollette振子は次の点でまだ有用である。つまり、この振子の、他に優る特徴は、低歪振幅 $10^{-6} \sim 10^{-8}$ の内部摩擦測定を可能にすることである⁷⁾。実際、 10^{-8} の振幅が粒界内部摩擦の歪振幅依存性に関し問題となったことがある¹⁴⁻¹⁶⁾。

以上、振り振子の変遷過程を記したが、振り振子法は、その力学的解析上、解決されなければならない問題をはらんでいた。それは逆吊り、Collette振子のような複合振子における吊線の試料に及ぼす効果である。逆吊り振子の吊線の効果はSwartz¹⁷⁾により、Collette振子の場合には考案者自らにより解析された⁵⁾。SwartzもColletteもともに吊線および試料に蓄積されたエネルギーの観点から解析したものであるが、吊線の効果を表す式の導出過程で看過しやすい誤りを犯している。

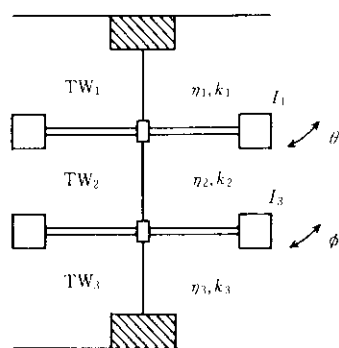


Fig. 4 Torsion pendulum of three components. TW_i : torsion wires of viscosity η_i and spring constant k_i for $i=1, 2, 3$; I_i : moments of inertia for $i=1, 3$; θ, ϕ : angular rotations of the torsion wires TW_1 and TW_2

特に Collette は吊線と試料が同位相で振動することを暗黙のうちに仮定し、なおかつ試料の内部摩擦と全運動系の内部摩擦を混同した。最近 Collette 振子の力学的解析が別にやり直されたが¹⁾ Collette の誤りの本質を見抜くにはいたらず、同じ間違いを繰返した。筆者らは、振り振子の運動方程式に基づいて、逆吊り、Collette 振子における吊線の効果を表式化した¹⁸⁾。ついで得られた理論式の適用性を実験的に示した¹⁹⁾。

吊線の効果、むしろ影響を取除くには二つの方法が考えられる。一つはその影響が無視できる装置を製作することである。他は吊線補正を正しく実行することである。比較的系の簡単な逆吊り振子では、剛性が小さく、内部摩擦の低い吊線、たとえば磷青銅¹⁾、ベリリウム銅¹⁾、ニクロム⁵⁾、タングステン²⁰⁾、コエリンバー²¹⁾等の細線を用いることで、ある程度吊線の影響が避けられる。一方、Collette 振子や筆者らの考案になる 3 コンポーネント振子では系が複雑なため、補正式なしでは試料の内部摩擦が得られそうにない。

本論文では、吊線の影響を表式化し、逆吊り、Collette、3 コンポーネント振子を用いて試料の内部摩擦、振動数を求める方法を論ずる。ついで吊線の効果を具体例で示す。Collette の誤りは、振り振子の力学的解析をするうえで陥りやすいものと思われる。同種の間違いを避ける意味で、彼の誤りにつき解説する。また、逆吊り振子に関する Swartz の式¹⁷⁾の誤りにも言及する。最後に、低周波内部摩擦測定で、今後鉄鋼物性研究上その重要性を増すと思われる高温内部摩擦について簡単に触れる。

2. 振り内部摩擦測定法と各種複合振子の特徴

2.1 内部摩擦の一般式

振り振子が自由減衰するとき、系の運動方程式は振れ角を θ 、慣性率、粘性率、バネ定数をそれぞれ I , η , k とすると、

$$I\ddot{\theta} + \eta\dot{\theta} + k\theta = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

と書ける。初期条件 $\theta = \theta_0$, $\dot{\theta} = 0$ に対する解は

$$\theta = \theta_0 \exp(-\delta t) \cdot \sec \psi \cdot \cos(\omega t - \psi) \quad \cdots \cdots (2)$$

で、ここに、

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I} - \left(\frac{\eta}{2I}\right)^2} \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\delta = \frac{\pi\eta}{\omega I} \quad \cdots \cdots (4)$$

$$\tan \psi = \frac{\delta}{2\pi} \quad \cdots \cdots (5)$$

である。 ω は自由振動の角振動数で、振動数を f とすると $\omega = 2\pi f$ である。 δ は対数減衰率である。

内部摩擦は一般に Q^{-1} と書き、1 周期に失われたエネルギー ΔW と、その周期初めに蓄積された最大エネルギー W との比である相対エネルギー減衰を単位位相当なりに直した値である。すなわち、

$$Q^{-1} \equiv \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta W}{W} \quad \cdots \cdots (6)$$

対数減衰率 δ が 1 に比べて十分小さいときは、エネルギーが振動の振幅の 2 乗に比例することから、

$$Q^{-1} \simeq \frac{\delta}{\pi} \quad \cdots \cdots (7)$$

と表せる。また、(4)式から、

$$Q^{-1} \simeq \frac{\eta}{\omega I} = \frac{\eta}{2\pi f I} \quad \cdots \cdots (8)$$

が得られる。

別の考え方として、時々刻々失われるエネルギーを 1 周期にわたり積分して、 Q^{-1} を表す式を求めることができる。微小時間 dt に失われるエネルギー dE は、(1)式から、

$$dE = d \left(\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} k \theta^2 \right) = -\eta \dot{\theta}^2 dt \quad \cdots \cdots (9)$$

となり、1 周期 T にわたって積分し、定義式(6)に代入すると、

$$Q^{-1} = \frac{\omega\eta}{k} \left[1 + \left(\frac{\delta}{2\pi} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{2\delta} \cdot [1 - \exp(2\delta)] \quad \cdots \cdots (10)$$

が得られる。 $\delta \ll 1$ のときは、

$$Q^{-1} = \frac{\omega\eta}{k} \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。(3), (4) 式から,

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{\eta}{\omega I} = \frac{\omega\eta}{\omega^2 I} = \frac{\omega\eta}{k}$$

であり, (7) 式と(11)式は Q^{-1} の同値な表現式であることがわかる。

2.2 K $\hat{e}$ 型振り振子の振動数と内部摩擦

K $\hat{e}$ 型振子の場合(Fig.1参照), 吊線TW₁の粘性率, バネ定数を η_1 , k_1 とすると, K $\hat{e}$ 型振子の振動数 f_1 の吊線の内部摩擦 Q_1^{-1} は(3), (4) 式から,

$$\frac{\eta_1}{2I} = f_1 \cdot \pi Q_1^{-1} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{k_1}{I} = 4\pi^2 f_1^2 \quad \dots\dots\dots(13)$$

なる関係式を満たす。

2.3 逆吊り振子の振動数と内部摩擦

逆吊り振子(Fig.2参照)では, 全運動系に対する粘性率とバネ定数を η_{1+2} , k_{1+2} とすると,

$$I\ddot{\theta} + (\eta_1\dot{\theta} + \eta_2\dot{\theta}) + (k_1\theta + k_2\theta) = 0$$

から,

$$\eta_{1+2} = \eta_1 + \eta_2, \quad k_{1+2} = k_1 + k_2 \quad \dots\dots\dots(14)$$

となる* ので, 吊線2 (通常, 試料となる) の内部摩擦 Q_2^{-1} と振動数 f_2 は,

$$Q_2^{-1} = Q_{1+2}^{-1} \cdot \frac{1 - \frac{f_1 Q_1^{-1}}{f_{1+2} Q_{1+2}^{-1}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_1}{f_{1+2}}\right)^2}} \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$f_2 = f_{1+2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_1}{f_{1+2}}\right)^2} \quad \dots\dots\dots(16)$$

と表せる。ここに, f_{1+2} , Q_{1+2}^{-1} は逆吊り振子の全運動系に対する量で, 測定可能な量である。

吊線TW₁が低内部摩擦で剛性率の小さい物質からなり, $Q_1^{-1}/Q_{1+2}^{-1} \leq 0.1$ かつ $f_1/f_{1+2} \leq 0.1$ ならば,

Q_2^{-1} , f_2 を全運動系に対する Q_{1+2}^{-1} , f_{1+2} で近似でき, その時の誤差は1%以内である。したがってこの場合には吊線補正の必要はない。

2.4 Collette振子の振動数と内部摩擦

Collette振子(Fig.3参照)の場合は慣性重り位置の振れ角を θ , 試料上端の振れ角を ϕ とすれば, 吊線1, 2に関する運動方程式,

$$I\ddot{\theta} + (\eta_1 + \eta_2)\dot{\theta} + (k_1 + k_2)\theta - \eta_2\dot{\phi} - k_2\phi = 0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

と, 吊線2と試料間の力のつりあいから得られる式,

$$\eta_2\dot{\theta} + k_2\theta - (\eta_2 + \eta_3)\dot{\phi} - (k_2 + k_3)\phi = 0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

を連立させて解かなければならない。測定量である全運動系に対する f , Q^{-1} の値を f_i , Q_i^{-1} とすると, 試料に関する振動数 f_3 と f_3 に対応した試料の内部摩擦 Q_3^{-1} は,

$$f_3 = \sqrt{\frac{(f_{1+2}^2 - f_1^2)(f_1^2 - f_1^2)}{f_{1+2}^2 - f_1^2}} = \sqrt{r} \cdot f_2 \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$Q_3^{-1} = \frac{1}{f_3} \cdot \left[(1+r)^2 f_1 Q_1^{-1} - r^2 f_{1+2} Q_{1+2}^{-1} - (1+2r) f_1 Q_1^{-1} \right] \quad \dots\dots\dots(20)$$

と表せる**。ここに, r は,

$$r = \frac{f_1^2 - f_1^2}{f_{1+2}^2 - f_1^2} \quad \dots\dots\dots(21)$$

である。

2.5 逆吊り・Collette振子による測定法

両振子を用いて, 試料に関する振動数・内部摩擦はすでに導いた式によって次のように求まる。逆吊り振子では, 試料(Fig.2のTW₂参照)のない場合, 吊線TW₁と付加慣性重りから構成されるK $\hat{e}$ 型振子を得る。このK $\hat{e}$ 型振子での測定から, 吊線の内部摩擦 Q_1^{-1} と振動数 f_1 が決まる。ついで, 試料を装着した逆吊り振子から全運動系の振動数

* エネルギーの観点からも, (14)の第2式を導くことができる((69)式参照)。

** 式の導出に関しては, 参考文献(18)のAppendix 1に詳しい。

$f_{1,2}$ と対数減衰率 $\delta_{1,2} (= \pi Q_{1,2}^{-1})$ が測定でき、(15), (16)式から試料に関する f_2^* と f_2 に対応した Q_2^{-1} が計算される。

Collette振子の場合、吊線TW₁と付加慣性重りから成るKê型振子の測定から f_1 , Q_1^{-1} が得られ、吊線TW₁とTW₂および同一の付加慣性重りで構成される逆吊り振子から $f_{1,2}$, $Q_{1,2}$ が測定される。このために、Collette振子は試料上端にクランプ機構を持つ。最後に、吊線TW₁, TW₂, 試料と同一付加慣性重りを有するCollette振子から全運動系の振動数 f_1 と対数減衰率 $\delta_1 (= \pi Q_1^{-1})$ が求まり、(19), (20)式から試料に関する振動数 f_3 と f_3 での内部摩擦 Q_3^{-1} が得られる。

厳密には、「試料に関する振動数」という表現は意味を持たない。しかし、試料の形状、寸法、振子の慣性能率が決まれば振動数と剛性率の間には明確な関係式が成立し、1対1対応がつくので、以下の記述では、「試料の剛性率」の代りに「試料の振動数」と書くことにする。同様に、内部摩擦 Q^{-1} と対数減衰率 δ の間には、 $Q^{-1} = \delta/\pi$ なる関係が成立つので、「対数減衰率」と書くべきところを、試料の内部摩擦を導出する記述上、簡便のため「内部摩擦」と書くことがある。

2・6 3コンポーネント振子の振動数と内部摩擦

3コンポーネント振子は(Fig.4参照), Collette振子を特殊な場合($I_3 = 0$)として含む、より一般化された複合振子である。この振子の運動方程式は、 θ, ϕ を慣性重り1, 3の位置での振れ角とすると、

$$I_1 \ddot{\theta} + (\eta_1 + \eta_2) \dot{\theta} + (k_1 + k_2) \theta - \eta_2 \dot{\phi} - k_2 \phi = 0 \quad (22)$$

$$- \eta_2 \dot{\theta} - k_2 \theta + I_3 \ddot{\phi} + (\eta_2 + \eta_3) \dot{\phi} + (k_2 + k_3) \phi = 0 \quad (23)$$

となる。一般に、複合振子の問題は振動の正規モードを見いだすことにある。 $I_1 = I_3$, $\eta_1 = \eta_3$, $k_1 = k_3$ という特別な場合**には、

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (\theta + \phi) \quad (24)$$

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\theta + \phi)$$

が正規座標となり、

$$I_1 \ddot{\theta} + (\eta_1 + 2\eta_2) \dot{\theta} + (k_1 + 2k_2) \theta = 0 \quad (25)$$

$$I_1 \ddot{\phi} + \eta_1 \dot{\phi} + k_1 \phi = 0 \quad (26)$$

と分解できる(Fig.5参照)。(25)式は慣性能率 I_1 , 粘性率 η_1 , バネ定数 k_1 の吊線TW₁と、粘性率 $2\eta_2$ バネ定数 $2k_2$ のワイヤから構成される逆吊り振子の運動方程式である。この逆吊り振子の振動数 f_1 と対数減衰率 $\delta_1 (= \pi Q_1^{-1})$ は、

$$\frac{\eta_1 + 2\eta_2}{2I_1} \simeq \pi f_1 Q_1^{-1} \quad (27)$$

$$\frac{k_1 + 2k_2}{I_1} \simeq 4\pi^2 f_1^2 \quad (28)$$

を満たす。(26)式は慣性能率 I_1 , 吊線TW₁からなるKê型振子の運動方程式であり、振動数、内部摩擦を f_1 , Q_1^{-1} とすると、

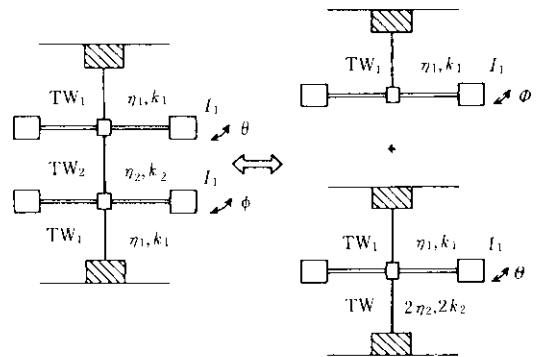


Fig. 5 Schematic representation of the three-component pendulum of symmetric arrangement equivalent to two torsion pendulums of the Kê and inverted types. In practice, the specimen is installed in the place of TW₂

- * ここで、試料に関する振動数とは逆吊りまたはCollette振子の付加慣性重りと、試料から構成されるKê型振子の振動数の意味である。このKê振子の対数減衰率から求まる内部摩擦が、その振動数に対応した試料の内部摩擦である。この意味での試料に関する振動数 f と、 f に対応する内部摩擦 Q^{-1} が、本文に挙げた式を用いて絶対測定可能となる。
- ** 参考文献13)には、時間に依存しない正規モードは、本文に挙げた場合と、 $k_2 = \eta_2 = 0$ の場合にしか得られないことを示した。後者の場合、正規座標は振り変位 θ, ϕ であって、3コンポーネント振子は2個のKê型振子と同等である。

$$\frac{\eta_1}{2I_1} \approx \pi f_- Q_1^{-1} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{k_1}{I_1} \approx 4\pi^2 f_-^2 \quad \dots\dots\dots (30)$$

したがって、吊線 2 に関する振動数 f_2 と内部摩擦 Q_2^{-1} は、

$$f_2 \approx \sqrt{\frac{f_+^2 - f_-^2}{2}} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$Q_2^{-1} \approx \frac{f_+ Q_+^{-1} - f_- Q_-^{-1}}{2f_2} \approx \frac{f_+ Q_+^{-1} - f_- Q_-^{-1}}{\sqrt{2(f_+^2 - f_-^2)}} \quad \dots\dots\dots (32)$$

と表せる。吊線 2 を試料とすれば、試料に関する振動数とその振動数での内部摩擦は (31)、(32) 式から求まる。

吊線の剛性が小さく、低内部摩擦で、

$$\frac{f_-}{f_+} \leq 0.1 \quad \frac{Q_-^{-1}}{Q_+^{-1}} \leq 0.1$$

ならば、(31)、(32) 式は、

$$f_2 \approx \frac{f_+}{\sqrt{2}} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$Q_2^{-1} \approx \frac{Q_+^{-1}}{\sqrt{2}} \quad \dots\dots\dots (34)$$

と近似でき、この時の誤差は 1% 以内である。

2.7 Collette 振子の適用限界と 3 コンポーネント振子の特徴

Collette 振子は $K\hat{e}$ 振子と逆吊り振子を両極限とする振子である。今、試料の剛性を小さくし、内部摩擦が 0 に近づく、吊線 1 と慣性重りからなる $K\hat{e}$ 型振子に限りなく近づく。一方、試料の剛性を大きくしていくと、吊線 1、2 と慣性重りから構成される逆吊り振子となる。いずれの両極限振子においても、測定量である全運動系の振動数やダンピングは、試料の剛性や内部摩擦を反映しなくなる。したがって、Collette 振子には適用限界が生ずる。Fig. 6 は $\delta Q_1^{-1}/Q_1^{-1} = 0.01$ 、 $Q_1^{-1} = 1 \times 10^{-4}$ 、 $Q_3^{-1} = 50 \times 10^{-4}$ の時の、試料に関する内部摩擦の相対誤差 ε を $\rho = f_1/f_1$ に対する変化として

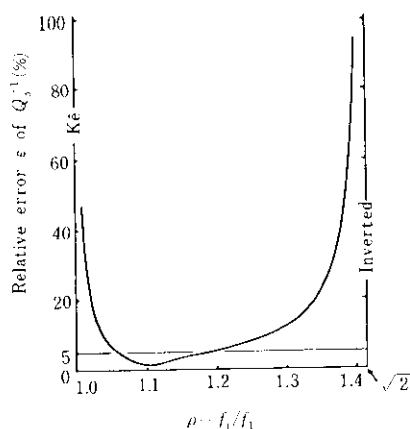


Fig. 6 Relative error ε of the internal friction of specimen as a function of the ratio ρ for $\delta Q_1^{-1}/Q_1^{-1} = 0.01$, $Q_1^{-1} = 1.10^{-4}$ and $Q_3^{-1} = 50 \cdot 10^{-4}$

表したグラフである。相対誤差を 5% まで許すすれば、

$$1.06 f_1 \leq f_1 \leq 1.20 f_1 \quad \dots\dots\dots (35)$$

でなければならない。ところで吊線、試料の寸法形状、材質が同一だとすると、 $f_1 = \sqrt{3/2} \cdot f_1 = 1.21 f_1$ で、(35) 式を満たさない。まして吊線に比べ剛性の大きい試料の場合、試料の剛性に合わせ吊線の剛性を増せば (35) 式を満足させることができるが、全運動系の振動数 f_1 が大きくなり、低周波測定可能域を逸脱してしまう。ゆえに Collette 振子は剛性の大きな試料の内部摩擦測定には向かない。

3 コンポーネント振子には、Collette 振子のように、 $K\hat{e}$ 、逆吊り振子測定から、吊線に関する粘性率やバネ定数を求める必要はない。また、振動数 f_1 に関して (35) 式のような条件がないので、剛性の大きな板状試片の内部摩擦も測定可能である。ただし、試料は下部の慣性重りをささえなければならぬので、高温測定 ($T > 0.6 T_m$) には適用できない。

3. 吊線補正の具体例

直径および長さの異なる燐青銅線を用いて、吊線の影響を調べ、試料寸法と振動数の関係、振動数と内部摩擦の関係を検討した。次に、純鉄 Puron の Snoek ピークから、C・N の固溶量を吊

線補正と非補正の場合に求め、補正の必要性を二、三のケースにつき調べた。

準備した吊線・試料は、減衰の小さい燐青銅線、ニクロム線、減衰の大きいMn-12Cu合金とSnoekピーク測定の容易なPuron鉄線である(Table 1参照)。燐青銅は、各径に冷間線引き後、石英管に封じ(10^{-6} Torr), 450°C で1h焼鈍したのちが冷した。Puron鉄は冷間線引きして石英カプセルに封じ(10^{-6} Torr), 700°C で1h焼鈍後、氷水焼入れし、Snoekピーク測定に供した。Mn-12Cuの熱処

理は文献²²⁾にしたがった。

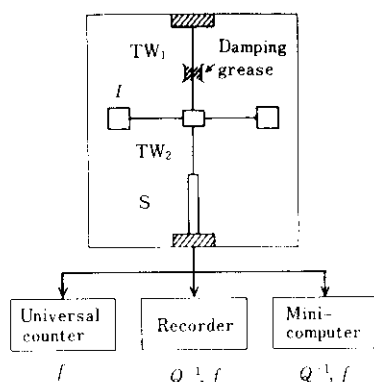
Collette振子の測定系をFig. 7に示す。内部摩擦と振動数は、小型電子計算機を用いて次のように求まる。すなわち、各振動ごとの振幅を捕え、所定期間経過後、各振幅値の対数を取り、最小2乗法で対数減衰率 δ/π をもって内部摩擦に変換する。振動数は測定開始後の初めの最大振幅でクロックを始動させ、所定期間経過をもってクロックを停止させる。その間の時間を波数で割った値(周期)の逆数として振動数が求まる。さらに、レコーダとユニヴァーサルカウンタからも内部摩擦・振動数が測定される。測定系の精度は内部摩擦に関し 0.2×10^{-4} 、振動数に関し0.001Hzである。

3・1 外的なバックグラウンド・ダンピング

内部摩擦測定をするにあたって、まず外的なバックグラウンドは除去、ないしはその大きさを把握しておく必要がある。外的なロスとしては、振り振子周りの空気に依るロスのほかに横揺れ防止用のグリス*に依るロスがある。空気ロスは 10^{-5} Torrの真空にまで引けば取除くことができた(Fig. 8参照)。グリスのロスについては後に述べる。な

Table 1 Specimens prepared (mm)

	Alloy	Radius	Length
PB-1L	Phosphor bronze	0.5	280
PB 2L	"	0.4	"
PB 3L	"	0.3	"
PB 4L	"	0.2	"
PB 1S	"	0.5	120
PB 2S	"	0.4	"
PB 3S	"	0.3	"
PB 4S	"	0.2	"
PB-5	"	0.5	100
MC	Mn-12Cu	0.45	120
PRN 5	Puron	0.25	80
PRN 9	"	0.45	"



TW₁: Torsion wire I
I: Inertia moment of the large external inertia
S: Specimen

Fig. 7 A simple arrangement for internal friction and frequency measurement by the torsion pendulum

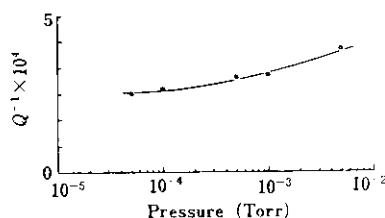


Fig. 8 The influence of air loss on internal friction at 0.107 Hz

お、Mn-12Cuは試料取り付け時のチャッキングの影響が強く、締めつけの応力緩和に最低4.5hを要した(Fig. 9参照)。

3・2 試料寸法と振動数の関係

Kê型振子に線状試料が装着された場合、振子の振動数 f と試料寸法の間には、

* Collette振子として使う場合、試料にそりのあったMn-12Cuの場合にグリスを用いた。グリスには、蒸気圧および粘性の小さい真空グリスを使用した。

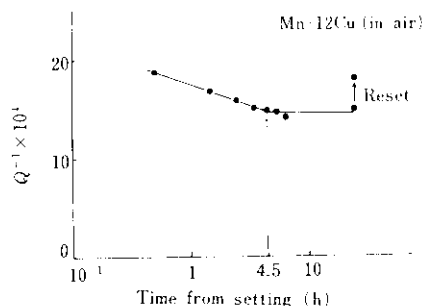


Fig. 9 The effect of chucking on internal friction

$$f = \sqrt{\frac{G}{8\pi I}} \cdot \frac{R^2}{\sqrt{L}} \quad \dots\dots\dots (36)$$

なる関係がある²³⁾。ここに R , L は試料の半径、長さであり、 G は剛性率である。振動数は、 $K\hat{e}$ 、逆吊り、Collette 振子を用いて、室温、最大振幅 10^{-5} 、Fig. 8 から要求される真空下で測定した (Fig. 10~12 参照)。 $K\hat{e}$ 型振子の場合、試料として燐青銅線 PB-1L~4L を、逆吊り振子では吊線 1 に PB-4L、試料に PB 1S~4S を用いた。Collette 振子では、吊線 1 を PB-4L、吊線 2 を PB-5 とし、試料に PB 1S~4S を使用した (Fig. 10 参照)。

その結果、 $K\hat{e}$ 型振子では、測定振動数が R^2 に比例するのに対し、逆吊り、Collette 振子の場合、(16)、(19) 式で吊線補正をしたのちに f と R^2 の比例関係が得られた。逆吊り振子で、 $f_{1+2}/f_2 = 0.170/0.162 = 1.05$ である A 点では、振動数に吊線補正を施

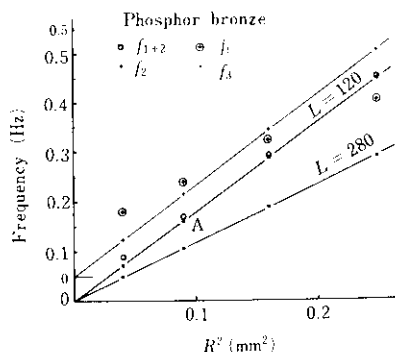


Fig. 10 Relation of the frequency to the radius of the sample with variation of its length. For $L=120$, the measurements were carried out in the inverted torsion pendulum ($TW_1 = PB-4L$, $TW_2 = PB-1S$ to $4S$) and the Collette pendulum ($TW_1 = PB-3L$, $TW_2 = PB-5$, $TW_3 = PB-1S$ to $4S$)

すか否かで 0.008Hz の差が生じた。試料の剛性が小さくなるほどこの振動数の差は大きくなり、吊線補正が必要になる。Collette 振子の場合、 f と R^2 の直線関係からのずれに関し、逆吊り振子のように単調な傾向はなく、吊線補正なしでは真の値が得られそうにない。

(36) 式で試料半径を一定とすると、 f は試料長さの平方根に反比例する。実際、Fig. 10 での $K\hat{e}$ ・逆吊り振子のデータを、試料半径をパラメータとして f と $1/\sqrt{L}$ の関係を見ると Fig. 11 のようにな

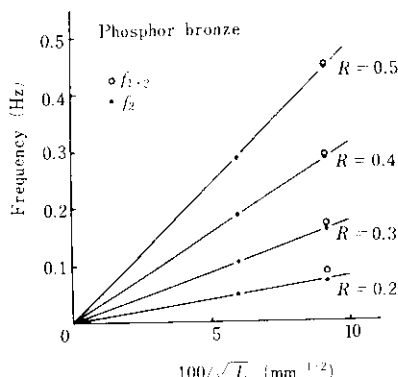


Fig. 11 Relation of the frequency to the length of the sample

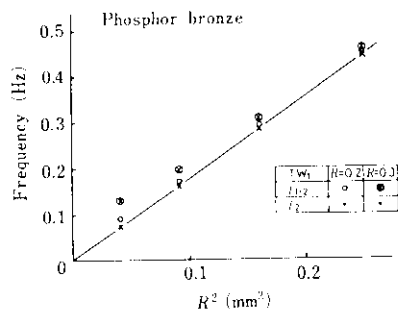


Fig. 12 Frequency versus the radius of the sample with variation of the torsion wire ($TW_1 = PB-3L, 4L$, $TW_2 = PB-1S$ to $4S$)

り、吊線補正をしたのちは原点を通るよい直線関係を得る。また、逆吊り振子で吊線を太くすると吊線の効果が顕著であった (Fig. 12 参照)。吊線補正後は f と R^2 に比例関係がよく成り立った。

3.3 振動数と内部摩擦の関係

試料の内部摩擦のみを抽出するには、吊線補正

のほかにダンピング・グリスを使う場合、それによるロスの分離が必要となる。ここでは振動数を二つの方法で変化させ、振動数と内部摩擦の関係を吊線補正の観点から検討した。またグリスのロスについても論じた。

振動数を変えるには、試料寸法を変える場合と、慣性重りの位置や質量を変え慣性率を変化させる場合がある。通常は、寸法を変えると試料の内部構造を同一に調整することが難しいために、後者の方法がとられる。

3.3.1 試料半径を変える場合

吊線にPB-3Lを用いた逆吊り振子で、種々の半径の燐青銅線 (PB-1S, 2S, 4S) を試料に取り、振動数と内部摩擦の関係を調べた (Fig.13 参照)。吊線補正なしの全運動系における振動数と内部摩擦の間には、単調に減少する直線関係があるが、補正をしたA, B, C点は線型弾性体の理論曲線¹⁾に近く、

$$Q_{PB}^{-1} = 7.6 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{0.72\omega}{1 + (0.72\omega)^2} \quad \cdots \cdots (37)$$

$$\omega = 2\pi f$$

と表せた。内部摩擦に関する測定精度 $0.2 \cdot 10^{-4}$ を考慮すると、 Q^{-1} と f の比例関係は $f \leq 0.1$ (Hz) で成り立った。

つぎに、ダンピング・グリスを使用した Collette 振子の場合、グリスによる減衰を調べることにする

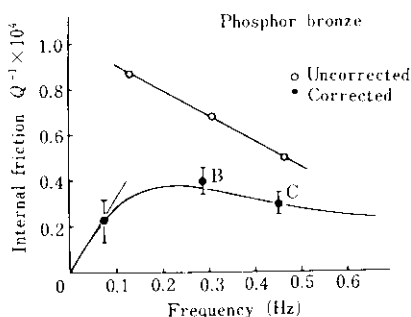


Fig. 13 The effect of the suspension on the measurements in the inverted torsion pendulum without grease (TW₁ = PB 3L, TW₂ = PB 1S to 4S). The specimen of phosphor bronze obeys the standard linear solid characterized by the equation: $Q_{PB}^{-1} = 7.6 \cdot 10^{-5} \cdot 0.72\omega / [1 + (0.72\omega)^2]$, where $\omega = 2\pi f$

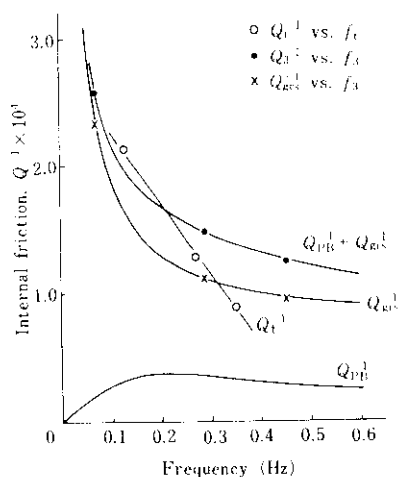


Fig. 14 Internal friction as a function of frequency by varying the diameter of the specimen; measured in the Collette-type torsion pendulum (PB 3L + PB 5 + PB 1S to 4S) with grease

(Fig.14 参照)。グリスのダンピングを Q_{grs}^{-1} とし、

$$Q_{grs}^{-1} \equiv Q_3^{-1} - Q_{PB}^{-1} \quad \cdots \cdots (38)$$

で定義する。ただし、Collette 振子として吊線 1 に PB-3L, 吊線 2 に PB 5 を採用し、試料には PB-1S, 2S, 4S を選んだ。図中、曲線 Q_t^{-1} が全運動系に対するもので右下りの直線になった。吊線補正を施すと曲線 $Q_{PB}^{-1} + Q_{grs}^{-1}$ が得られ、(37)式で表される燐青銅の内部摩擦 Q_{PB}^{-1} を差し引くと、グリスのダンピング Q_{grs}^{-1} が求まる。最小 2 乗法から、

$$Q_{grs}^{-1} = \left(\frac{0.119}{f} + 0.702 \right) \cdot 10^{-4} \quad \cdots \cdots (39)$$

と表せた。ここで、定数 $0.7 \cdot 10^{-4}$ は装置のバックグラウンドと考えられる。

広い温度範囲 (たとえば、鉄を試料として $400^\circ \sim 900^\circ \text{C}$) にわたる自由減衰法の測定では、温度の上昇につれて試料の剛性が減少するために、振動数が変化する。(39)式からグリスによるロスの変化量が推定できる。試料の内部摩擦の値に影響をおよぼさないよう、グリスによるロスの変化を測定誤差 $0.2 \cdot 10^{-4}$ 以下に抑えるための、振動数に関する必要条件を求める。(39)式からグリスのダンピング変化 ΔQ_{grs}^{-1} は、

$$\Delta Q_{\text{grs}}^{-1} \approx -\frac{0.119 \cdot 10^{-4}}{f^2} \cdot \Delta f \quad (40)$$

となるから、

$$|\Delta Q_{\text{grs}}^{-1}| \leq 0.2 \cdot 10^{-4}$$

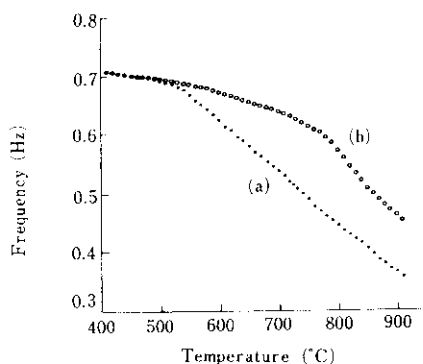
すなわち、

$$\sqrt{\frac{119}{200}} \cdot |\Delta f| \leq f \quad (41)$$

なる不等式を得る。3%珪素鋼を例にとると、温度範囲400°~900°Cで振動数変化^{*}は0.4Hzである(Fig.15参照)。したがって、

$$f \geq 0.5 \quad (42)$$

となり、グリスのダンピング変化が無視できるためには振動数を0.5Hz以上にする必要がある。



- (a) Primary recrystallized at 800°C for 5h followed by furnace cooling
(b) Secondary recrystallized after annealing up to 1150°C with a heating rate of 2°C/min preceded by the heat treatment (a)

Fig. 15 Frequency versus temperature in a recrystallized 3% silicon steel

3.3.2 慣性能率を変える場合

逆吊り振子で、吊線にPB-3L、試料にMn-12Cu合金線を選び、慣性能率を変えて試料の内部摩擦と振動数の関係を調べた(Fig.16参照)。吊線補正

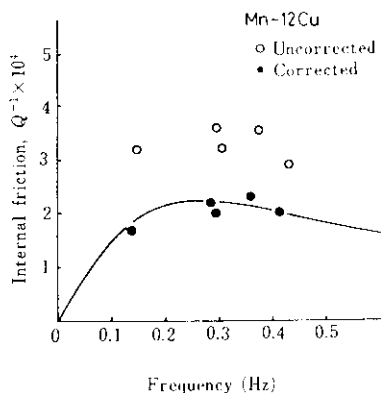


Fig. 16 Internal friction versus frequency for Mn-12Cu with variation of the inertia moment, in the inverted torsion pendulum (PB 3L + MC) with grease

を施すと、Mn 12Cu 試料の内部摩擦 Q_{MC}^{-1} には、室温で振動数との間に、

$$Q_{MC}^{-1} = 4.43 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{0.61\omega}{1 + (0.61\omega)^2} \quad (43)$$

なる関係が成り立った。

3.4 Snoek緩和における吊線補正

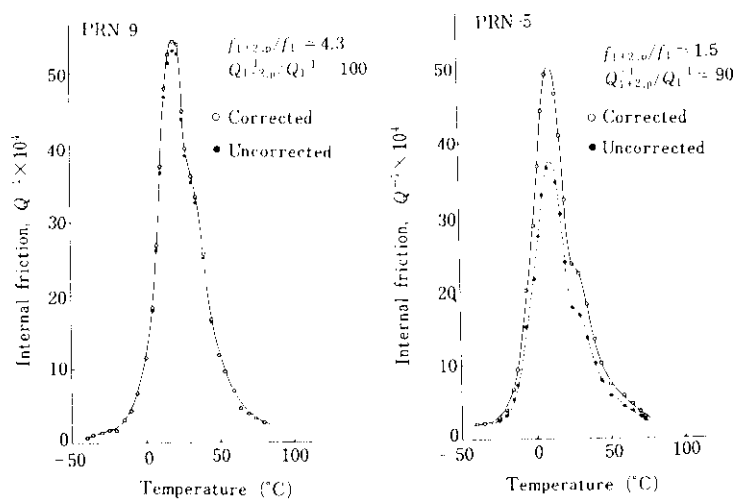
Table 1のPuron鉄を試料とし、ニクロム線を吊線にもつ逆吊り振子でSnoekピークを求めた(Fig.17参照)。C, NのSnoekピークの活性化エネルギー、緩和時間のpre-exponential因子をそれぞれ

$$H_C = 0.835 \text{ (eV)} \quad \tau_{0,C} = 5.6 \cdot 10^{-15} \\ H_N = 0.796 \text{ (eV)} \quad \tau_{0,N} = 5.3 \cdot 10^{-15}$$

とし²⁴⁾、C, NのおおののSnoekピークは、Debye緩和曲線になること²⁵⁾から各ピークの最小2乗フィット分解をし、吊線補正の有無で固溶C, N量の差異を比較した(Table 2参照)。

試料PRN-9の場合のように、吊線からなるKé型振子の振動数 $f_1 = 0.150 \text{ (Hz)}$ に比べ、4倍高い振動数 $f_{1,2} = 0.642 \text{ (Hz)}$ であれば吊線の影響は少なく、補正なしではC濃度で10%、N濃度で2%吊線補正値より低くなった。一方、細い試料

* 振動数の変化 Δf は、(36)式からわかるように試料寸法に依存する。一般性をもたせるためには剛性率の変化で論じなければならないが、測定上の注意としては振動数で記述する方がわかりやすい。



For the specimens of PRN 9, $Q_p^{-1} = 54.6 \times 10^{-4}$, $Q_{1+2,p}^{-1} = 53.1 \times 10^{-4}$, $f_p = 0.624 \text{ Hz}$, $f_{1+2,p} = 0.642 \text{ Hz}$
 PRN-5, $Q_p^{-1} = 50.1 \times 10^{-4}$, $Q_{1+2,p}^{-1} = 44.2 \times 10^{-4}$, $f_p = 0.162 \text{ Hz}$, $f_{1+2,p} = 0.221 \text{ Hz}$
 $Q_p^{-1} = 0.54 \times 10^{-4}$, $f_1 = 0.150 \text{ Hz}$

For the torsion wire, measurements were carried out in an inverted torsion pendulum

Fig. 17 Internal friction versus temperature for Snoek peaks in α iron (Puron)

Table 2 Snoek relaxation parameters from polycrystalline α iron (Puron)

	PRN 9		PRN-5	
	Uncorrected	Corrected	Uncorrected	Corrected
$f_{1+2,\nu}/f_1$	4.3		1.5	
$Q_{1+2,\nu}/Q_1^{-1}$	100		90	
$Q_p^{-1} \times 10^4$	53.1	54.6	47.2	50.1
f_p (Hz)	0.642	0.624	0.221	0.162
[Carbon]				
T_p (°C)	35.0	34.8	24.9	22.1
$Q_p^{-1} \times 10^4$	8.4	9.5	5.4	16.4
Conc. (at. ppm)	39.1	44.2	25.1	76.3
[Nitrogen]				
T_p (°C)	20.1	19.9	10.5	37.9
$Q_p^{-1} \times 10^4$	48.8	49.5	33.8	39.2
Conc. (at. ppm)	244	248	169	196

$Q_1^{-1} = 0.54 \times 10^{-4}$, $f_1 = 0.150 \text{ (Hz)}$

PRN-5では $f_1 = f_2$ ($f_{1+2}/f_1 = 1.5$) であって、吊線の影響が大きく、補正をしない場合、C濃度は67%、N濃度は14%、補正值より低い値となった。用いたPuron鉄の素材の化学分析値はC = 9×10 at.ppm, N = 2.6×10^2 at.ppmであるから吊線補正後のC,N濃度への換算値は妥当といえる。逆吊り振子を用いる場合でも、振子の振動数 f_{1+2} が吊線

に対する振動数 f_1 の4倍以下では吊線の効果を見視できない。

4. 振り振子の力学的解析における誤り

振り振子の振動は、多くの人により古くからとり上げられ、力学²⁶⁾、振動学^{10,27,28)}、弾性論^{29,30)}な

と多方面から取り組まれた。しかし、振り振子を内部摩擦測定に適用するうえでの掘下げた議論は意外と少ない。Collette振子に関するColletteらの解析⁵⁾、逆吊り振子におけるSwartzの解析結果¹⁷⁾があるが、これらは間違いを含んだものである。

4・1 Colletteの誤り

Colletteは簡単な理論とともに彼の考案になる振り振子を発表した⁷⁾。当時、彼の理論に疑問を抱いた人もいたようであるが、近似的には正しいとされた。その後、彼の解析は近似的というよりも、むしろ材料に極めて特異な性質を仮定したことと相当することが明らかとなった。そのうえColletteは振動数と内部摩擦の対応を曖昧にしたまま解析を進めたので、一見もっともらしいが実は間違った結論を導いた¹⁸⁾。

4・1・1 Colletteの仮定：最大振幅同位相性

Colletteは、吊線1, 2と試料の振り変位が振動過程で同時に最大振れ角となると仮定した。すなわち、最大振れ角で各部分は同位相とした。同位相ならばいずれの部分の対数減衰率も等しく、各部の振動数は全運動系の振動数であり、試料に関する対数減衰率でなく全運動系の対数減衰率が求まる。以下に、Colletteの誤りを正しつつ彼の理論を解説する。

n 周期目の最大振れ角を、吊線1, 2、試料に関し、それぞれ θ_{1n} 、 θ_{2n} 、 θ_{3n} とすると、最大振れ角での吊線2と試料の力のつりあいから、

$$k_2 \theta_{2n} = k_3 \theta_{3n}^* \quad (44)$$

である。ところで、

$$\theta_{2n} = \theta_{1n} = \theta_{3n}^* \quad (45)$$

であるから、

$$\theta_{2n} = \frac{k_3}{k_2 + k_3} \theta_{1n} \quad (46)$$

$$\theta_{3n} = \frac{k_2}{k_2 + k_3} \theta_{1n} \quad (47)$$

となる。

ここで、Colletteは暗黙のうちに各部が最大振幅で同位相なることを仮定している。(44)式では吊線2と試料が同時に最大振幅を取ることになり、(45)式では吊線1も同時に最大振幅を取ることを意味する。逆に(46)、(47)式が成り立てば、 θ_{2n} 、 θ_{3n} は、 θ_{1n} の定数倍なので吊線2と試料は吊線1に最大振幅で同位相となる。したがって、(46)、(47)式は各部が最大振幅で同位相であることと同等である。

吊線1, 2、試料に蓄えられる n 周期目の最大エネルギーを W_{1n} 、 W_{2n} 、 W_{3n} とする。対数減衰率は吊線1, 2については、それらが構成する逆吊り振子の対数減衰率 δ_{1+2} とし^{**}、試料に関する対数減衰率を $\tilde{\delta}_3$ とすると、

$$W_{11} = W_{10} \exp(-2\delta_{1+2}) \quad (48)$$

$$W_{21} = W_{20} \exp(-2\delta_{1+2}) \quad (49)$$

$$W_{31} = W_{30} \exp(-2\tilde{\delta}_3) \quad (50)$$

となる。ところで、(46)、(47)式と、

$$W_{in} = \frac{1}{2} k_{in} \theta_{in}^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (51)$$

$$\tilde{\delta}_3 = \delta_{1+2} \quad (52)$$

となる。

Colletteが試料の対数減衰率を求める式として提示したのは、

$$\begin{aligned} \exp(-2\tilde{\delta}_3) &= \left\{ \left\{ \frac{k_1}{2} + \frac{k_2}{2} \left(\frac{k_3}{k_2 + k_3} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad + \frac{k_3}{2} \left(\frac{k_2}{k_2 + k_3} \right)^2 \Big\} \exp(-2\delta_1) - \left\{ \frac{k_1}{2} \right. \\ &\quad + \frac{k_2}{2} \left(\frac{k_3}{k_2 + k_3} \right)^2 \Big\} \exp(-2\delta_{1+2}) \Big\} \\ &\quad \div \left\{ \frac{k_3}{2} \left(\frac{k_2}{k_2 + k_3} \right)^2 \right\} \quad (53) \end{aligned}$$

* (44)、(45)式を初期条件とみなせば $n=0$ のときは両式が成立つとしてよい。 $n \geq 1$ では、減衰のある場合成立しない。

** ColletteはCollette振子での吊線1, 2の対数減衰率を δ_{1+2} としたが、これは正しくない。(48)、(49)式では、 δ_{1+2} の代わりに全運動系の振動数 f_1 に対応する吊線1, 2の対数減衰率を使うべきである。振動数と対数減衰率の対応については後に述べる。

であった。これは、(52)式から $\delta_3 = \delta_1$ となり、試料の対数減衰率は全運動系の対数減衰率に等しいという既述の結論に到達する。

Collette は振動数と対数減衰率との対応を明確にしなかった。そのために、試料の対数減衰率と全運動系の対数減衰率を混同した。筆者らの求めた(19), (20)式は、全運動系の有する慣性能率(付加慣性重りによる慣性能率に近似的には等しい)をもった Ké 型振子に装着された場合の振動数と、この振動数での内部摩擦を与える式である。

4・1・2 最大振幅同位相性の擬弾性論的意味

Collette の仮定、すなわち最大振幅同位相性は、吊線と試料の物性値にいかなる関係を要求するものであるか、運動方程式に戻って考察する。

まず、粘性率やバネ定数に関して次の定理が成立する¹⁸⁾。

定理: $\eta_2 \dot{\theta} + k_2 \theta - (\eta_2 + \eta_3) \dot{\phi} - (k_2 + k_3) \phi = 0$

かつ $t = 0$ で $\theta = \theta_0$, $\dot{\theta} = 0$, $\phi = \phi_0$, $\dot{\phi} = 0$

ならば、 $\eta_2 \dot{\theta} - (\eta_2 + \eta_3) \dot{\phi} = 0$ (54)

または、 $k_2 \theta - (k_2 + k_3) \phi = 0$ (55)

は、

$$\frac{\eta_2}{k_2} = \frac{\eta_3}{k_3} \quad \text{.....(56)}$$

に同値である。

(56)式は振動数・内部摩擦で表せば、

$$\frac{Q_2^{-1}}{f_2} = \frac{Q_3^{-1}}{f_3} \quad \text{.....(57)}$$

となる。

いま各部は最大振幅で同位相とする。運動方程式(1)で粘性項がなければ系は調和振動をする。粘性項は、調和振動からの位相遅れと振幅の減衰をもたらす。したがって、各部が最大振幅で同位相ならば常に同位相となり、振幅の減衰率も等しくなる。ゆえに、最大振幅で(55)式が成立すれば常に成り立つことになる。逆に(55)式が満たされれば吊線1と試料は同位相で振動し、吊線2も同

位相になる*。

すなわち、最大振幅で各部が同位相になることは(55)式が成立することと同値である。定理によれば、各部の最大振幅同位相性は、吊線2と試料で内部摩擦と振動数の比が等しいことと同値になる。したがって、最大振幅同位相性は、いかなる固体もその振動数と内部摩擦の比が一定である**ことを意味する。

さて、最大振幅同位相のもとで試料の振動数と内部摩擦を求める。(55)式が満足されれば、(18)式から(54)式が成立し、(17)式は ϕ が消去されて、

$$I \ddot{\theta} + \left(\eta_1 + \frac{\eta_2 \eta_3}{\eta_2 + \eta_3} \right) \dot{\theta} + \left(k_1 + \frac{k_2 k_3}{k_2 + k_3} \right) \theta = 0 \quad \text{.....(58)}$$

となる。これから、

$$\frac{1}{2I} \left(\eta_1 + \frac{\eta_2 \eta_3}{\eta_2 + \eta_3} \right) = \pi f_1 Q_1^{-1} \quad \text{.....(59)}$$

$$\frac{1}{I} \left(k_1 + \frac{k_2 k_3}{k_2 + k_3} \right) = 4\pi^2 f_1^2 \quad \text{.....(60)}$$

が導け、試料の振動数 f_3 と f_3 での内部摩擦 Q_3^{-1} は、

$$f_3 = \sqrt{\frac{(f_{1+2}^2 - f_1^2)(f_1^2 - f_1^2)}{f_{1+2}^2 - f_1^2}} \quad \text{.....(61)}$$

$$Q_3^{-1} = \frac{1}{f_3} \cdot \frac{(f_{1+2} Q_{1+2}^{-1} - f_1 Q_1^{-1})(f_1 Q_1^{-1} - f_1 Q_1^{-1})}{f_{1+2} Q_{1+2}^{-1} - f_1 Q_1^{-1}} \quad \text{.....(62)}$$

と表せる。また定理を使えば、一般解(19), (20)式から、特別な場合 $\eta_2/k_2 = \eta_3/k_3$ の解として(61), (62)式が得られる。各部の最大振幅同位相のもとでは、(61), (62)式がそれぞれ試料の振動数とその振動数での内部摩擦を与える。

4・2 Swartzの誤り

逆吊り振子の吊線の効果を表す式として、従来よく使われてきた³¹⁾Swartzの式¹⁷⁾は、

$$f_1^2 Q_1^{-1} + f_2^2 Q_2^{-1} = f_{1+2}^2 Q_{1+2}^{-1} \quad \text{.....(63)}$$

と書ける。一方、筆者らの式は(15), (16)式から、

- (55)式から、吊線2の振り変位 $\theta - \phi$ も試料の変位 ϕ の定数倍となるからである。
- 吊線で決まる値(一定値)に等しい。

$$f_1 Q_1^{-1} + f_2 Q_2^{-1} = f_{1+2} Q_{1+2}^{-1} \quad \cdots \cdots (64)$$

となる。(63)式は

$$\frac{1}{2} k_1 \theta_{1n}^2 + \frac{1}{2} k_2 \theta_{2n}^2 = \frac{1}{2} k_{1+2} \theta_{1+2}^2 \quad \cdots \cdots (65)$$

$$\theta_{in} = \theta_{i0} \exp(-n\delta_i) \quad \cdots \cdots (66)$$

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_i}{I}}, \quad i=1, 2, 1+2 \quad \cdots \cdots (67)$$

から導ける。しかし逆吊りの場合、

$$\theta_{1n} = \theta_{2n} = \theta_{1+2n} \quad \cdots \cdots (68)$$

であるから、(65)式は、

$$k_1 + k_2 = k_{1+2} \quad \cdots \cdots (69)$$

または振動数に関する

$$f_1^2 + f_2^2 = f_{1+2}^2 \quad \cdots \cdots (70)$$

と同等である。

Swartzの式は見かけ上内部摩擦を含む関係式であるが、実質的にはバネ定数に関する関係しか与えず、粘性率に関する情報を含んでいない。したがって、彼の式からは試料の内部摩擦は得られない。

Swartzも振動数と内部摩擦の対応関係を見逃しているところに問題がある。逆吊り振子の振動数 f_{1+2} での各部分の対数減衰率 δ_i ($i=1, 2, 1+2$)は、(68)式からすべて等しい。したがって(62)式の Q_i^{-1} も等しくなる。Swartzの式中の Q_1^{-1} 、 Q_2^{-1} は見かけの内部摩擦であって、物理的意味はない。筆者らの(64)式の内部摩擦 Q_{1+2}^{-1} は、Swartzと記号は同じでもその意味は各 f_i に対応する内部摩擦である。SwartzもColletteの間違いの一つを犯していたわけである。

5. 結 言

振り振子法の本質にさかのぼり、複合振子を用いて試料の内部摩擦を求めるうえでの理論的背景を与えた。理論で得られた式を二、三の具体例で確認し、吊線の効果を示した。最後に、複合振子の力学的解析上陥りやすい過ちを解説し、振り振子法から得られる試料の内部摩擦と振動数との対

応を明確にした。この対応のもとに、試料の内部摩擦は絶対測定が可能になる。

今後、振り振子法は鉄鋼の高温物性の究明に威力を発揮するものと思われる。従来、鉄鋼分野で内部摩擦といえばSnoek緩和がその代表であった。

一方、高温内部摩擦も古くから取り上げられていたが、十分応用されていない。一つには、高温域では緩和現象が複雑さを増し、Snoek緩和のように単一Debye緩和にならないことによる。しかしながら高温内部摩擦である、粒界内部摩擦^{32,33)}、Zener緩和、相変態ピーク、高温バックグラウンドなどは材料の本質と直結した現象なので、これらの内部摩擦現象については、幾多の鉄鋼物性研究への潜在的応用が考えられる。

(1) 粒界内部摩擦ピークには溶媒ピークと溶質ピークがある。溶質ピークは、粒界偏析型元素の偏析により大きな影響を受ける³⁴⁾。Auger電子分光法で捕えられないような微量偏析をも、溶質ピークから検出できることがある。

(2) 粒界上の第2相析出物は粒界緩和を抑制するため、粒界ピーク高さが減少する。粒界上析出物は粒界迂りを妨げるからである。平均粒界迂り量は、析出粒子の平均間隔に比例する。この関係から、逆に粒子間隔が得られる可能性がある。

(3) 粒界溶質ピークの活性化エネルギーは母金属または不純物の体拡散に要する活性化エネルギーに近い。粒界偏析型不純物の溶質ピークの解析を通じて、不純物原子の粒界からの解離固溶に関する情報が得られる。

(4) 高温バックグラウンド・ダンピング（狭義の高温内部摩擦）は、低温でのBordoniピークと並び高温域での転位の運動に基づく現象を把握するうえで重要である。多結晶体ばかりでなく単結晶にも高温バックグラウンドは生ずるが、粗大粒であるほど小さい値となる³⁵⁾。この高温バックグラウンドの粒径依存性を用いれば、同一試料で再結晶のカイネティクスを追うことができる³⁶⁾。

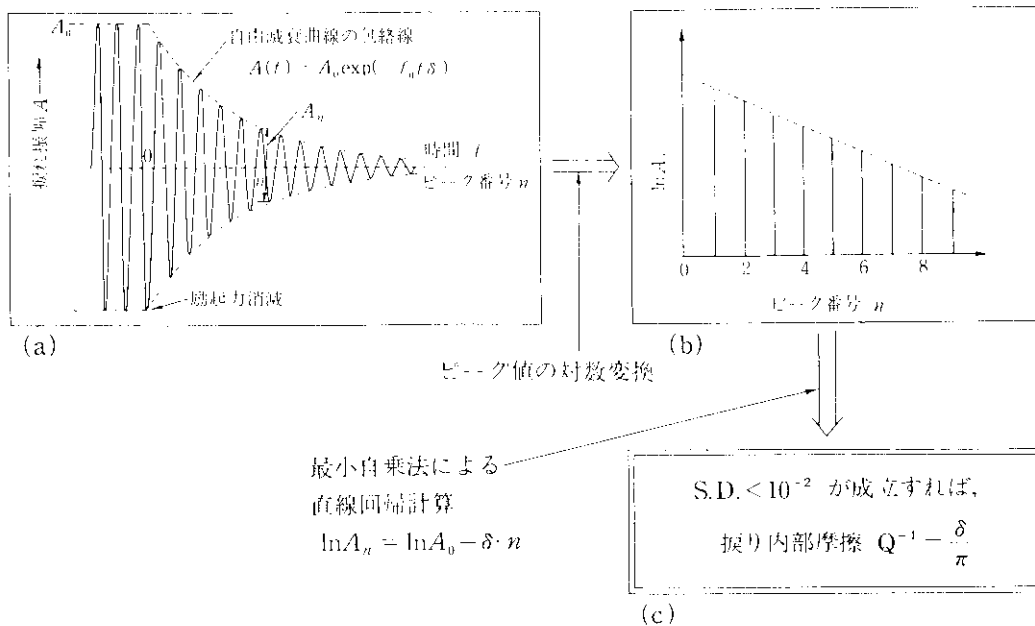
これらの応用のほかにも、粒界構造、高温析出過程、高温クリープなど多くの研究に対する適用が考えられる。学術的にも実用材の基礎研究のうえからも、高温内部摩擦は今後ますますその重要性を増すことになる。

おわりに、Mn-12Cuの試料を提供して下さった

関西大学工学部の杉本孝一教授に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) A.S.Nowick and B.S.Berry: *Anelastic Relaxation in Crystalline Solids*, (1972), [Academic Press, New York]
- 2) J.Woigard: *Thèse Dr. ès Sciences Physiques*, Université de Poitiers, (1974)
- 3) T.S.Kê: *Phys.Rev.*, **71** (1947), 533
- 4) G.Collette: *C.R.Acad. Sci. Paris*, **246** (1958), 2756
- 5) G.Collette, C.Roederer and C.Crussard: *Mém. Sci. Rev. Métall.*, **58** (1961), 61
- 6) G.Collette: *Métaux (Corrosion Ind.)*, **39** (1964), 143
- 7) G.Saada: *Ibid.*, **36** (1960), 320
- 8) 舟久保照康, ガスコン・コレット, 岩尾暢彦, 郡司好喜: *日本金属学会誌*, **29** (1965), 1148
- 9) E.T.Stephenson: *Rev. Sci. Instr.*, **38** (1967), 84
- 10) D.N.Beshers: *Internal Friction Measurements, Techniques of Metals Research*, Vol.VII, Part 2, (1976), [Wiley-Interscience, New York]
- 11) S.Otabe and T.Ohmura: *Rev. Sci. Instr.*, **48** (1977), 42
- 12) Y.Iwasaki and K.Fujimoto: *J.Phys.E.*, **12** (1979), 21
- 13) Y.Iwasaki and K.Fujimoto: *J.Phys.E.*, (in press), 593
- 14) G.Roberts: *Ph.D.Thesis*, (1972), [Manchester University]
- 15) C.C.Smith and G.M.Leak: *Proc. ICIFUAS-5, Aachen*, (1975), 383, [Springer, Berlin]
- 16) G.Roberts and G.M.Leak: *Proc. ICIFUAS 6, Tokyo*, (1977), 117, [University Tokyo Press, Tokyo]
- 17) J.S.Swartz: *Rev. Sci. Instr.*, **32** (1961), 335 (解析結果の導出過程はSwartzからの私信をもとにした)
- 18) Y.Iwasaki, T.Imanaka and K.Fujimoto: *J.Phys.E.*, **10** (1977), 1050
- 19) Y.Iwasaki, T.Imanaka and K.Fujimoto: *Proc. 6th Int. Conf. on Internal Friction and Ultrasonic Attenuation in Solids (ICIFUAS-6)*, Tokyo (1977), 803, [University of Tokyo Press, Tokyo]
- 20) M.R.Brozel and G.M.Leak: *J.Phys.E.*, **11** (1978), 53
- 21) 須藤 一: 私信
- 22) K.Sugimoto, T.Mori and S.Shiode: *Met. Sci. J.*, **7** (1973), 103
- 23) S.Timoshenko: *Strength of Materials, Part I*, (1930), [D.van Nostrand Co., New York]
- 24) A.E.Lord, Jr. and D.N.Beshers: *Acta Met.*, **14** (1966), 1659
- 25) D.Polder: *Philips Res. Rep.*, **1** (1945), 5
- 26) ランダウ, リフシッツ: *力学*, (1960), [東京図書]
- 27) J.P.den Hartog: *Mechanical Vibrations*, (1934), [McGraw-Hill, New York]
- 28) L.Meirovitch: *Analytical Methods in Vibrations*, (1967), [Macmillan, New York]
- 29) A.E.H.Love: *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th ed., [Dover]
- 30) I.S.Sokolnikoff: *Mathematical Theory of Elasticity*, (1956), [McGraw Hill, New York]
- 31) 小岩昌宏: 私信
- 32) 岩崎, 今中, 藤元: *日本金属学会講演概要*, (1975) 10月, 173
- 33) 岩崎, 佐野, 今中, 藤元: *日本金属学会講演概要*, (1976) 4月, 21
- 34) 岩崎, 清水, 藤元: *日本金属学会講演概要*, (1978) 4月, 88
- 35) 岩崎, 藤元: *日本金属学会講演概要*, (1979) 4月, 92
- 36) 岩崎, 藤元: *日本金属学会講演概要*, (1979) 4月, 93



振り内部摩擦測定手順

振り振子の振幅の自然減衰曲線(a)から(b)の回帰直線を求め、この線と実測値との差(回帰残差)と標準偏差S.D.が 10^{-2} 未満であれば(c)のように内部摩擦が求まる。

試料セットに注意を払い、S.D. $< 2 \times 10^{-3}$ にすれば、振り内部摩擦に対する横揺れの影響は無視し得る。