
セルラー構造物の力学性状に関する基礎的研究

Fundamental Study on the Statical Behavior of Cellular Structures

三好 弘高(Hirotaka Miyoshi) 大方 茂(Shigeru Okata)

要旨：

セルラー構造物の力学性状を明確にし、有効な数値解析法への足掛りを得ることを目的として、まずエポキシ樹脂で簡単なセルラー構造模型を製作してゲージ計測と3次元光弾性実験とを併わせ行なった。さらに、本構造体を薄肉板要素の連続体とみなして、板の面内剛性のみを考慮し、比較的粗大な要素分割を用いた有限要素法による解析を行ない、実験結果と比較照合のうえ、その信頼性を吟味したものである。結果をまとめるとつぎのとおりである。1)セルラー構造物は、セル鉛直壁のダイアフラム的な効果が著しく、外力作用点近傍のセルが作用外荷重の大部分を分担し、ほかのセルの分担率は著しく減少する。2)本研究で採用した数値解析法は、セルラー構造の鉛直変位や外力作用点近傍以外の応力を把握することはできるが、外力作用点近傍の応力分布の厳密な解析は困難であり、そのためには Zooming 法を併用するか、または実験的解析法を検討採用する必要がある。

Synopsis：

With an aim of investigating the statical behavior of cellular structures, thereby finding some step toward an effective numerical analysis methods, the gauge measurement and the three-dimensional photoelastic experiment were conducted bilaterally, using a simple model of cellular structure made of epoxy resin. The analysis was conducted by means of the finite element method using a relatively coarse element division, and was compared with the result of experiments and the reliability was examined. in this case, the structure was regarded as a continuum of thin plate elements, with only the in-plane rigidity of plate considered. (1) In cellular structures, the effect of cellular partition is eminent. And the cell in the vicinity of the point of loading receives most of the load, with a load-sharing ratio of other cells markedly reduced. (2) The numerical analysis method employed for this study can be used for calculating vertical displacement of cellular structures and stress upon places other than the vicinity of the point of loading, but preciser analysis of stress distribution in the vicinity of the point of loading calls for a bilateral use of either zooming method or the experimental analysis method as employed here.

本文は次のページから閲覧できます。

セルラー構造物の力学性状に関する基礎的研究

Fundamental Study on the Statical Behavior of Cellular Structures

三 好 弘 高*

Hiroataka Miyoshi

大 方 茂**

Shigeru Okata

Synopsis:

With an aim of investigating the statical behavior of cellular structures, thereby finding some step toward an effective numerical analysis methods, the gauge measurement and the three-dimensional photoelastic experiment were conducted bilaterally, using a simple model of cellular structure made of epoxy resin. The analysis was conducted by means of the finite element method using a relatively coarse element division, and was compared with the result of experiments and the reliability was examined. In this case, the structure was regarded as a continuum of thin plate elements, with only the in-plane rigidity of plate considered.

The results are summerized as follows:

- (1) In cellular structures, the effect of cellular partition is eminent. And the cell in the vicinity of the point of loading receives most of the load, with a load-sharing ratio of other cells markedly reduced.
- (2) The numerical analysis method employed for this study can be used for calculating vertical displacement of cellular structures and stress upon places other than the vicinity of the point of loading, but preciser analysis of stress distribution in the vicinity of the point of loading calls for a bilateral use of either zooming method or the experimental analysis method as employed here.

1. 結 言

セルラー構造物は構造物の重量を大幅に軽減しうるため、船舶、航空機、橋梁などに多用されており、その応力分布性状を明確に把握することは合理的な設計を行なうためにきわめて重要な問題である。

セルラー構造の応力解析を行なう場合、計算を容易にするため、まず平板や骨組構造など比較的簡単なモデルに置換する方法が考えられる¹⁾。しかし、このような置換法では全体的な性状を簡易に求め得る利点はあっても、セルの局所的な応力分布は求められない。

他方、有限要素法は局所的な構造解析を行なうには効果的であるが、セルの数が多くなるとセル

* エンジニアリングセンター建設開発部鋼構造研究所構造研究室

** エンジニアリングセンター建設開発部土木開発室

ごとの板要素を細かく分割し、さらに面内の曲げ剛性（以下面内剛性とよぶ）と面外の曲げ剛性（以下面外剛性とよぶ）とを考慮に入れて解析することは電算機容量と数値計算上の精度を考えればかなり困難な問題となる。したがって、計算上の仮定を設けるなど未知数を低減する必要があるが生じるが、一般的には2つの方式が考えられる。

実際の構造物では、板の面外剛性が面内剛性に比べて著しく小さい場合が多いため、まず第1は面外剛性を零と仮定して無視する方式である³⁾。

第2は、第1次分割を比較的大まかに行ない、数次にわたって再分割、再計算をくりかえすことにより、漸次構造局部へ解析を進める方式である⁴⁾。

以上のように、近年解析法については数多くの研究がなされ、実在構造体を対象とした有益な計算例もみうけられる⁴⁾。しかしながら、構造形式の複雑さを考慮すれば、解析法だけでは実際構造物の性状を忠実に説明できない場合が生じることが十分予想され、実験的なアプローチは現在もなお重要な課題であるが、セルラー構造に関してはいまだ基礎的な実験資料が不足しているのが現状である。

この事実にかんがみ、著者らはまずエポキシ樹脂で簡単なセルラー構造模型を製作のうえ、ゲージ計測と3次元光弾性実験とを併用してつぎの2点、すなわち、1)上下板の変形と応力性状、2)セルラー構造における鉛直壁の力学的挙動を、重点的に解明した。

実験結果より、本構造は薄肉板要素の連続体とみなすことができ、したがって板の面外剛性を無視しうることを、鉛直壁の応力変化は外力作用点近傍や上下板と鉛直壁との接合部を除き、比較的一様であることが明確となったため、面内剛性のみを考慮した比較的粗分割の有限要素法でも、本セルラー構造の力学的挙動の大概を把握するには十分であると判断し、これによる解析を行ない、この結果を上記実験結果と比較照合のうえ、その信頼性を吟味することとした。

2. 模型実験

2-1 模 型

(1) 製作法および諸元

Photo. 1 に示すように、セルラー模型製作のために、まずスチール製ブロックをセルの個数だけ作り、これらをあらかじめ用意した定盤上に組み立てる。

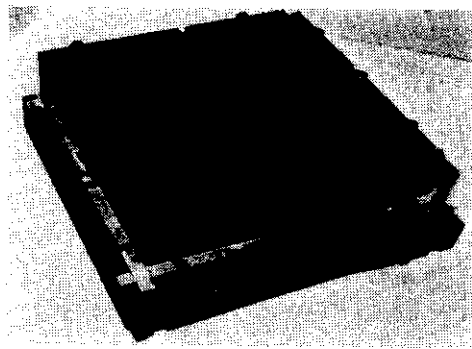


Photo. 1 Mold

脱型剝離剤としてはシリコングリス (KS-61) を採用し、これを型枠表面に塗布し、200°C で 24h 保持したうえ焼きつけた。

ついで、アラルダイト B (CT-200) と硬化剤 (HT-901) とを重量比 10 : 3 で混合し、上記の型枠に注入のうえ、125°C で硬化させた。硬化後、型枠を除去して格子模型を取り出し (**Photo. 2**)、上下に板厚 3.0mm のエポキシ樹脂板を接着して目的とする模型を完成した。模型の断面諸元を示せば **Fig. 1** の通りである。

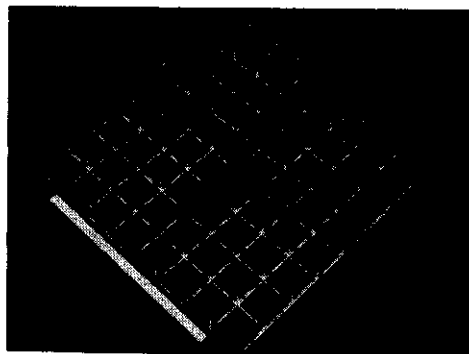


Photo. 2 Lattice structure model (Epoxy resin)

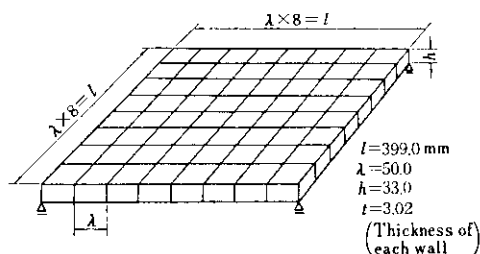


Fig. 1 Dimension of cellular structure model

(2) 材料の性質

光弾性材料の弾性定数を決定するため、模型製作時と同一条件のもとでエポキシ樹脂の引張試験片を6本作成し、常温(21°~23°C)および高温(125°C)領域で、それぞれ3本の引張試験を行ない、各領域における実験値の平均値を求め、ヤング率 E 、ポアソン比 ν を求めた。载荷には重錘を用い、計測は载荷および除荷後、ひずみの変動が停止した時点(载荷時は5 min 後、除荷時は10 min 後)で行なった。

さらに、曲げ試験片を同じく6本作成し、常温(21°~23°C)および高温(125°C)領域でそれぞれ3本の純曲げ試験を行ない、各領域における実験値の平均値を求め、光弾性感度 α を決定した。以上の計測より、Table 1 の結果が得られた。

2.2 計測

2.2.1 ゲージ計測

本実験は緒言にも述べたように、セルラー模型の鉛直変位と応力分布を把握することを目的として行なったものであるが、実験の詳細は以下のこ

とくである。

(1) 支持条件と载荷条件

模型の4隅点を単純支持したうえで、Fig. 2 に示す中央点①を含む7点を選び、それぞれ集中荷重を载荷した。実験状況は Photo. 3 のようである。

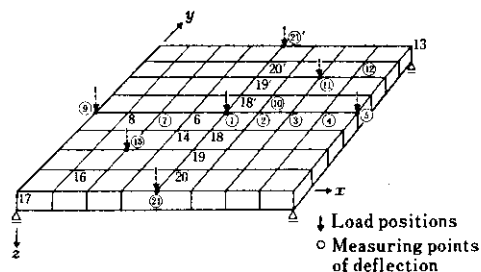


Fig. 2 Load positions and measuring points of deflection

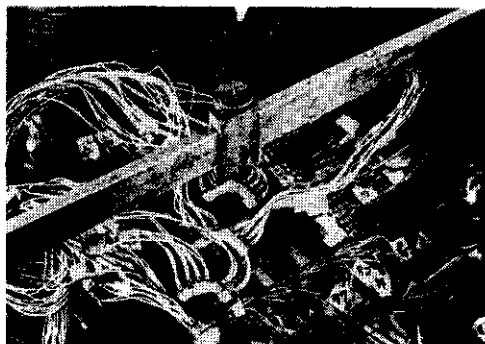


Photo. 3 Cellular structure model under test

Table 1 The character of the epoxy resin

	Young's modulus E (kg/cm ²)	Poisson's ratio ν	Photo-elastic sensitivity α
Normal temp. (21°~23°C)	3.69×10^4	0.41	0.96
High temp. (125°C)	2.20×10^2	0.46	39.14

(2) 実験の手順

ひずみはひずみゲージを用い、Fig. 3 の各位置について総計 137 点の計測を行なったが、とくにセル鉛直壁の測点では上下板を接合する前にあらかじめゲージを接着し、リード線を各セルの上板に開けた 0.5mmφ の小穴を通して取り出す手法を採用し、計測を可能ならしめた。

下板の鉛直変位の計測には精度 1/1000mm のダイヤルゲージを用いたが、目盛盤が模型に比較して大きいので、全測点(Fig. 2)に同時にダイヤルゲージをセットすることが困難であり、やむをえず 3 グループに分割し、くり返し計測を行なう方法を用いた。すなわち、実験手順はつぎの 4 ステップとなる。

(a) 予備载荷

実験に先立ち、セラー模型が弾性挙動を示す限界载荷値を決定するため、以下に述べる予備载荷を行なった。

すなわち、Fig. 2 の①、②' 点を载荷点、①、⑤、⑨、②および②' 点を変位計測点に選

び、21°~23°C のもとで 5kg 間隔に 75kg までは荷重を増加させ、荷重段階ごとに、クリープによるひずみの変動が停止した時点(载荷後 5~10min)での変位とひずみの計測を行なった。この結果、75kg を限界値として、各測点における荷重—変位、荷重—ひずみ関係が直線関係にあることが確認され、したがって、本実験においては変位、ひずみも適量であり、さらに安全度も十分であるところから、荷重値としては 75kg より 3 段階下回る 60kg を選定することにした。

(b) 第 1 载荷サイクル

Fig. 2 に示す 13 個の変位計測点のうち、第 1 回目は可能な最高点すなわち 7 個の計測点を選び、まず第 1 の载荷点 (Fig. 2, ①) に $P = 60\text{kg}$ を载荷し、5 min 経過後に 7 測点の変位および 137 点のひずみを計測する。

つぎに、クリープによる残留ひずみの影響を除去するため、無载荷状態で 30min 以上放置した後、念のため残留変位と残留ひずみを検測のうえ、第 2 の载荷点 (Fig. 2, ⑤) に

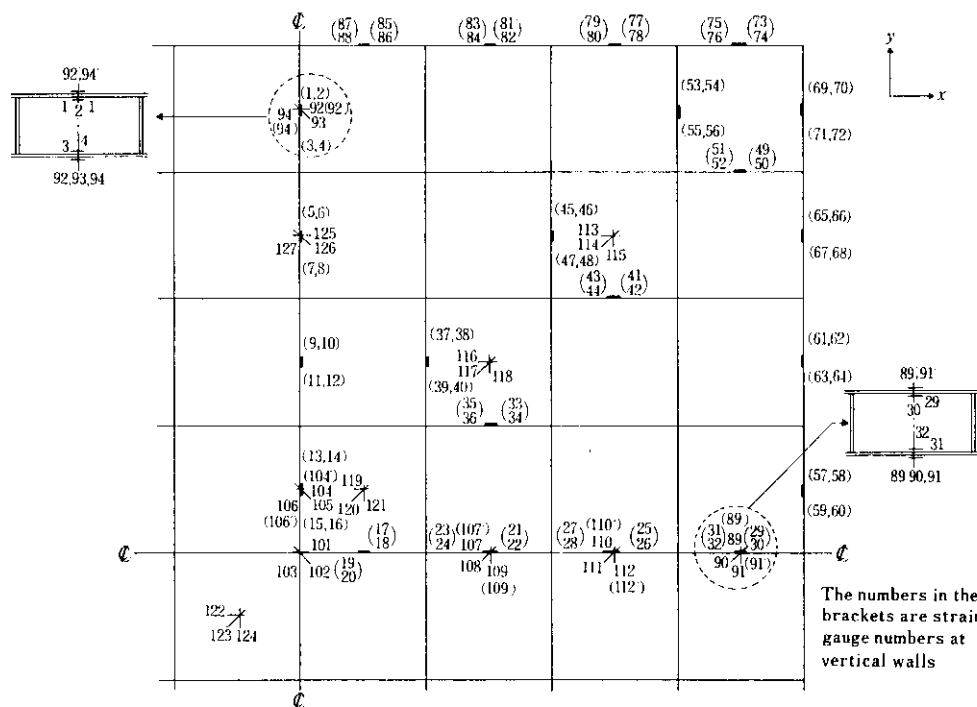


Fig. 3 Strain gauge locations

$P=60\text{kg}$ を載荷して同様な過程をくり返し、第7の載荷点にいたり、第1グループの計測を完了する。

(c) 第2, 第3載荷サイクル

第1載荷サイクル以外の6個の変位計測点のうち3測点づつを選び、これら第2, 第3グループに対し、同様にそれぞれ7回づつの載荷—計測を行なう（もちろんひずみ計測は省略）。

2-2-2 3次元光弾性実験

本実験は、緒言でも述べたように、ゲージ計測では求め得ないセル鉛直壁の応力分布を把握することを目的として行なったものである。

(1) 応力凍結

ゲージ計測時と同様に、模型の4隅点を単純支持し、中央点に集中荷重を載荷したうえで Fig. 4 に示したような温度条件下で応力凍結を行なった。この状況を Photo. 4 に示す。

載荷値としては、エポキシ樹脂の弾性定数が高温領域において著しく低下する(Table 1)

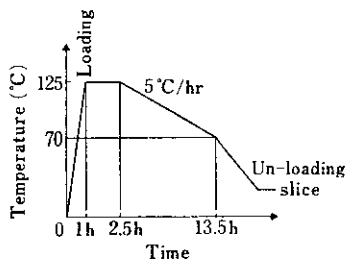


Fig. 4 Stress freezing cycle

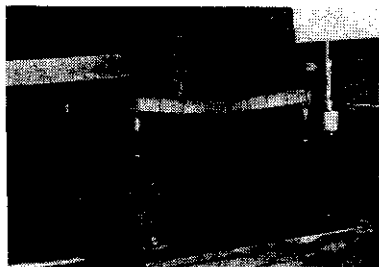


Photo. 4 Stress freezing (Model is in the oven)

ことを考慮し、3体の予備模型体にそれぞれゲージ計測時の1/10程度の載荷 (6.0kg, 7.5kg, 9.0kg)を与え、その結果適量の変形、繰返数が得られた7.5kgを用いることにした。

(2) スライス

応力凍結終了後、Photo. 5 に見られるごとくバンドソーにより Fig. 5 (a) に示した位置で模型を切断し、Fig. 5 (b) に示したようなスライス片を切り出した。

荷重および支持条件の対称性を考慮すれば、模型の1/4の部分のみをスライスするだけで十分であるが、上下板と鉛直壁の接着面における縞の乱れによって、適切なサンプルが得られない場合を考慮し、高次の縞が生じる載荷点近傍はできるだけ多くのスライス片

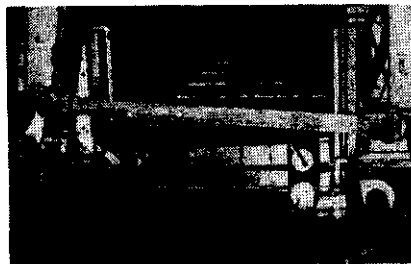


Photo. 5 Slice with cutting machine

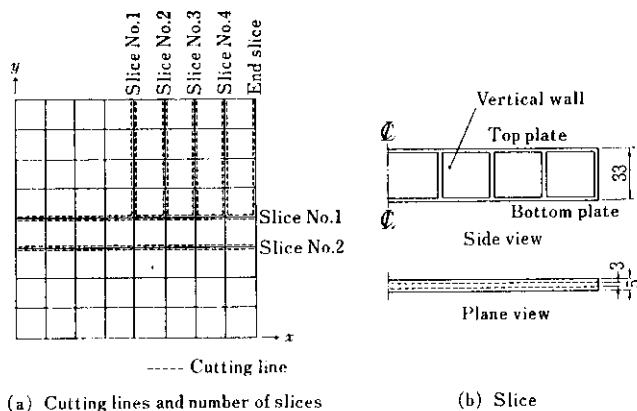


Fig. 5 Cutting lines and slices

を切り出すこととした。なお、セル鉛直壁には Fig. 6 のような記号を付す。

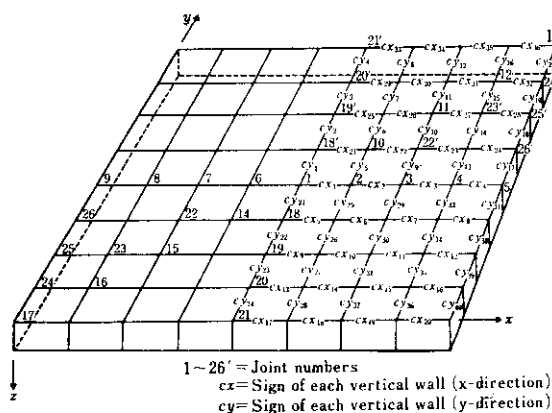


Fig. 6 Sign of each vertical wall

(3) 等色線図

スライス面の微細な傷による乱反射の影響を取り除き、鮮明な等色線写真を得るために α -モノブromナフタリンと流動パラフィン

を混合した浸漬液にスライス片を浸し、単色光（水銀灯、波長 $\lambda = 5461\text{\AA}$ ）による撮影を行なった結果、Photo. 6 に示すような等色線写真が得られた。これらの写真から明らかなようにセル鉛直壁は載荷点や接合部を除くと等縞次数の領域が広く分布しており、比較的一様な応力状態を示している。

単色光による黒縞の撮影結果だけでは精度低下の原因となるため、さらにここでは、白色光による色比較法を併用して精度の向上に意をはらった。すなわち、まず偏光が、応力凍結されたスライス片を通過して生じる2つの屈折光線の相対的光路差 J は、次式のように表わされる。

$$J = at(\sigma_1 - \sigma_2) = N\lambda \quad (1)$$

ここに、 J ；相対的光路差、 a ；光弾性感度、 t ；スライス片の板厚、 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ ；主応力差、 N ；縞次数、 λ ；透過光の波長

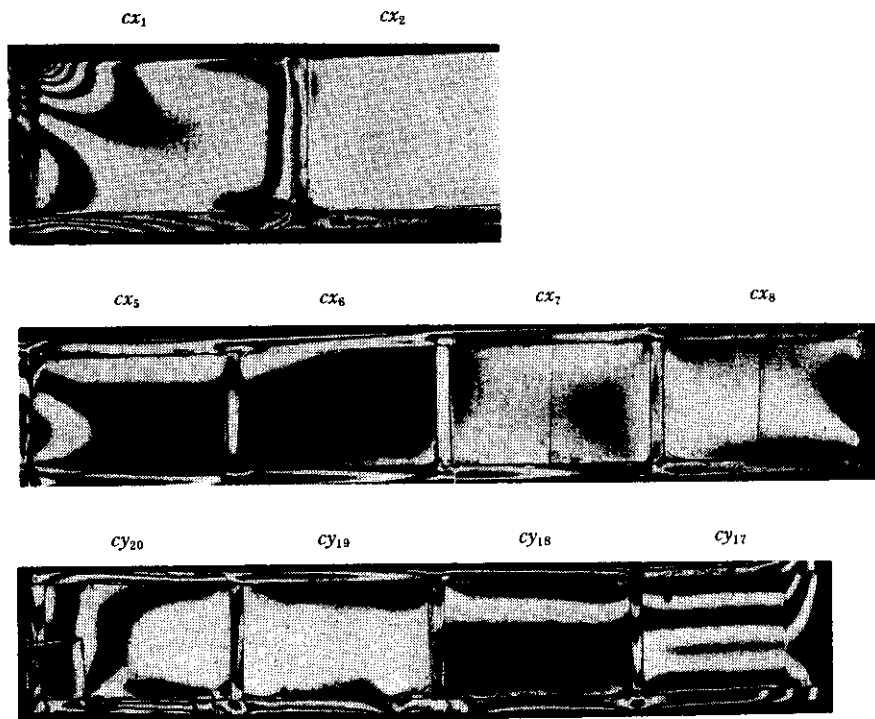


Photo. 6 Isochromatic patterns (Dark field)

(1)式から明らかなように、縞次数 N は光波長 λ に逆比例するから、白色光を用いると消光が光波長により異なり、たとえば緑色($\lambda=5461\text{\AA}$)が消光すれば、白色から緑色を除いた干涉色の赤色が現われることになる。この赤色干涉色の線が水銀灯における1次の縞次数を表わすので、ある波長の色に対する干涉色さえわかれば、その干涉色の縞次数がその波長を水銀灯光線の波長 $5461\text{\AA}$ で除すことによって決定される。この干涉色と縞次数の関係の詳細は文献^{7), 11)}にみられるが、実際に肉眼で見分けられる程度の色と次数との関係は Table 2 のとおりである。

また、縞次数を読み取るうえで重要な零次縞の確認には、(1)式からわかるように、縞次数 N が板厚 t に比例することを利用し、スライス片の端を斜めに切削して $N=0$ の領域を作成する方法を用いた (Fig. 6 cy₁₇)。以上の方法を併用すれば各断面の等色線図が得られるが、その例を示せば Fig. 7 のごとくである。

(4) 等傾線図

偏光板を 10° ごとに回転させながら、スクリーンに写し出した等傾線縞の変化をトレースすれば等傾線図が得られる。

(5) 応力解析

一般に、3次元光弾性実験では、任意の方

向にスライス片を取り、これに直角に偏光を入射して得られる等色線は、ただ単にスライス面内の2次主応力差を示すのみであるから、その後の解析が著しく複雑になる¹¹⁾。セルラー構造物の鉛直壁を薄肉平板とみなせば、真の主応力 σ_1 , σ_2 は鉛直壁内に存在するものと考えられ、スライス片に対して垂直方向の第3の主応力 σ_3 が存在するとしても、偏光の垂直入射によって、この σ_3 は2屈折光線の位相差に影響しない¹¹⁾。したがって、2次元光弾性理論を適用することができる。

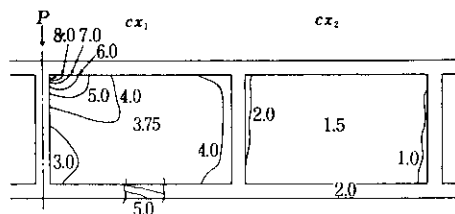


Fig. 7 Isochromatic patterns

2次元光弾性理論における等色線図および等傾線図では、それぞれ主応力差と主応力方向とが求まるのみであるから、個々の主応力の算定には主応力和が必要となる。主応力和を求めるためには、1)板厚の変化を計測する方法と、2)数値計算による方法とがあるが、1)は高い実験精度を要求

Table 2 Passing light in the case of using white light

The strip order in the case of using single light	White light		The strip order in the case of using single light	White light	
	Passing light	Order		Passing light	Order
0	Black	0	2	Reddish purple	1.0~1.1
	Gray	0.2~0.3		Blue	1.5
	Yellowish red	0.5~0.6		Yellowish green	1.6~1.7
	Red	0.9~1.0		Red	1.9~2.0
1				Reddish purple	2.0~2.1

され、特殊な実験装置が必要となるため、以下のように 2) のなかの 1 つであるせん断応力差積分法によって計算することとした。

すなわち、Fig. 8 のようなモデルが平面応力状態にあるときのつり合い方程式は、

$$\partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau_{xy}/\partial y = 0$$

$$\partial\sigma_y/\partial y + \partial\tau_{xy}/\partial x = 0$$

であるから、これらを積分することによって次式を得る。

$$\sigma_x = \sigma_{x0} - \int_{x_0}^x \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} dx \quad (2)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y0} - \int_{y_0}^y \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} dy \quad (3)$$

実際に、任意断面 A-A (Fig. 8) の応力分布を求める場合は、 x 軸方向に Δx で分割し、A-A をはさんで $\Delta y/2$ だけ離れた 2 断面 a_2-a_2 , a_1-a_1 を設定し、両断面間のせん断応力差を $\Delta\tau_{xy}$ とすれば、(2), (3) 式はつぎのように変換できる。

$$\sigma_x = \sigma_{x0} - \sum_i \frac{\Delta\tau_{xy}}{\Delta y} \Delta x \quad (4)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y0} - \sum_i \frac{\Delta\tau_{xy}}{\Delta x} \Delta y \quad (5)$$

式中の σ_{x0} , σ_{y0} は各々 $x=x_0$, $y=y_0$ における σ_x , σ_y であるが、座標原点を自由境界上を選ぶと、等色線図から容易に決定され、またせん断応力 τ_{xy} は、最大主応力 σ_1 と x 軸とのなす角を θ とすれば、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_2)$ と θ との関数であり ($\tau_{xy} = 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) \sin\theta$)、この $(\sigma_1 - \sigma_2)$, θ はそれぞれ等色線図、等傾線図から求めるゆえ既知量

である。

よって、(4), (5) 式から σ_x , σ_y が算出可能となり、かつ $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y$ であることを考慮すれば、所要断面の全ての応力が算定できることになる。

3. 数値解析

従来、数値解析における有限要素法の適用は、局部応力解析が主であり、その要素分割法は、できるだけ微小要素に分割して解析を行なおうとするものであるが、本研究で取り扱うセルラー構造物の解析では、できるだけ未知数を低減する必要がある。

他方、前述の模型実験で判明した次の 2 点すなわち (1) 外力作用点近傍以外の鉛直壁では等価次数領域が広く分布していること (Photo. 6) および (2) 自由端の鉛直壁 (cx_1) 以外の鉛直壁では上板、下板がそれぞれ圧縮および引張応力を受け、中実梁断面と同じく、圧縮面と引張面とが明確に分かれていることに注目 (Fig. 14(a) 参照) すれば、本数値解析では、かなり粗大な要素分割法と面外剛性無視の仮定とを採用することが可能となり、未知数が低減できる。

上記の理由から、要素分割は、Fig. 9 に示したごとく、1 枚の板を 4 等分し、各節点の自由度は 3 (x , y , z 方向変位) と仮定した。また、各要素の面内剛性行列は以下のように誘導した。

まず、要素 e 内の任意点 (x , y) における変位

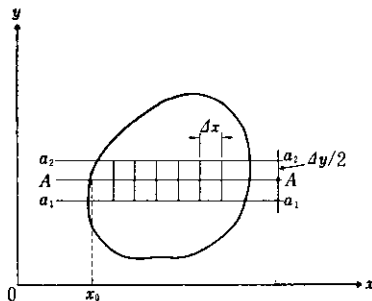


Fig. 8 Diagram of shear difference method

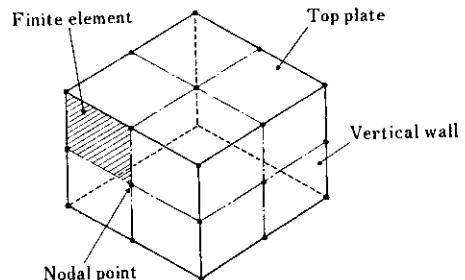


Fig. 9 Typical idealizations of each cell

関数をつぎのように仮定する。(Fig. 10 (a))

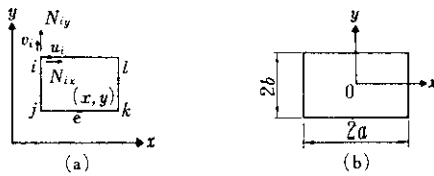


Fig. 10 Rectangular element in calculation of F.E.M

$$u(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \quad \cdots (6)$$

$$v(x, y) = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \quad \cdots (7)$$

節点変位ベクトルを $\{\delta\}_e$ とすると、つぎの関係が得られる。

$$\{\delta\}_e = [A] \{\alpha\} \quad \cdots (8)$$

ここで、 $\{\delta\}_e = (u_i, v_i, \dots, u_l, v_l)^T$

$$\{\alpha\} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7, \alpha_8)^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i & x_i y_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i & x_i y_i \\ 1 & x_j & y_j & x_j y_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j & x_j y_j \\ 1 & x_k & y_k & x_k y_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k & x_k y_k \\ 1 & x_l & y_l & x_l y_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_l & y_l & x_l y_l \end{pmatrix}$$

また、ひずみ $\{\varepsilon\}$ は次式で表わされる。

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{Bmatrix} = [B][A]^{-1} \{\delta\}_e \quad \cdots (9)$$

ここで、

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 1 & 0 & y \end{pmatrix}$$

一方、応力 $\{\sigma\}$ は、

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D][B][A]^{-1} \{\delta\}_e \quad \cdots (10)$$

ここで、

$$D = \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}$$

したがって、要素全体の内部仕事は次式で表わされる。

$$W_i = \int_A \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dA \quad \cdots (11)$$

他方、節点外力と変位とのなす外部仕事は次式で与えられる。

$$W_e = \{\delta\}_e^T \{N\}_e \quad \cdots (12)$$

ここに、 $\{N\}_e$ は節点外力であり、一般に次式で表わされる。

$$\{N\}_e = (N_{ix}, N_{iy}, \dots, N_{lx}, N_{ly})^T$$

内部仕事は外部仕事と等しいから、節点外力と節点変位との関係がつぎのように得られる。

$$\{N\}_e = \left\{ ([A]^{-1})^T \cdot \int_A [B]^T [D] [B] dA [A]^{-1} \right\} \{\delta\}_e \quad \cdots (13)$$

したがって、要素剛性行列は、

$$[K]_e = ([A]^{-1})^T \cdot \int_A [B]^T [D] [B] dA [A]^{-1} \quad \cdots (14)$$

Fig. 10 (b) のごとく、任意の1要素について $[K]_e$ を求めてみるとつぎの結果となる。

$$[K]_e = \frac{E t}{2(1-\nu^2)} \begin{Bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{Bmatrix} \quad \cdots (15)$$

ここで、

$$[K_{xx}] = \begin{pmatrix} 2(C+D) & -2C+D & -(C+D) & C-2D \\ -2C+D & 2(C+D) & C-2D & -(C+D) \\ -(C+D) & C-2D & 2(C+D) & -2C+D \\ C-2D & -(C+D) & -2C+D & 2(C+D) \end{pmatrix}$$

$$[K_{xy}] = [K_{yx}] = \begin{pmatrix} G & -H & -G & H \\ H & -G & -H & G \\ -G & H & G & -H \\ -H & G & H & -G \end{pmatrix}$$

$[K_{yy}] =$

$$\begin{pmatrix} 2(E+F) & -2E+F & -(E+F) & E-2F \\ -2E+F & 2(E+F) & E-2F & -(E+F) \\ -(E+F) & E-2F & 2(E+F) & -2E+F \\ E-2F & -(E+F) & -2E+F & 2(E+F) \end{pmatrix}$$

ただし、

$$C = \frac{b}{3a}, D = \frac{a(1-\nu)}{6b}, E = \frac{b(1-\nu)}{6a}$$

$$F = \frac{a}{3b}, G = \frac{1+\nu}{4}, H = \frac{1-3\nu}{4}$$

以上で、要素剛性行列 $[K]_e$ が求まり、構造全体の剛性行列は $[K]_e$ を重ね合わせて(16)式のごとく簡単に導くことができ、これを解けば未知節点変位を求めることができる。

$$\begin{pmatrix} N_{1x} \\ N_{1y} \\ N_{1z} \\ \vdots \\ N_{ix} \\ N_{iy} \\ N_{iz} \\ \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{K_e} & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_i \\ v_i \\ w_i \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (16)$$

4. 結果と考察

4.1 鉛直変位と応力

実験および数値計算から求めたセルラー模型の鉛直変位を Fig. 11 に、応力分布を Fig. 12 に示す。また、図中×印で示すように、本セルラー構造を一平板とみなして解析した場合の結果をも比較対照のため付け加えた。

まず、実験結果をもとにして、セルラー構造と平板との比較を行なうと、変形状態に関しては、

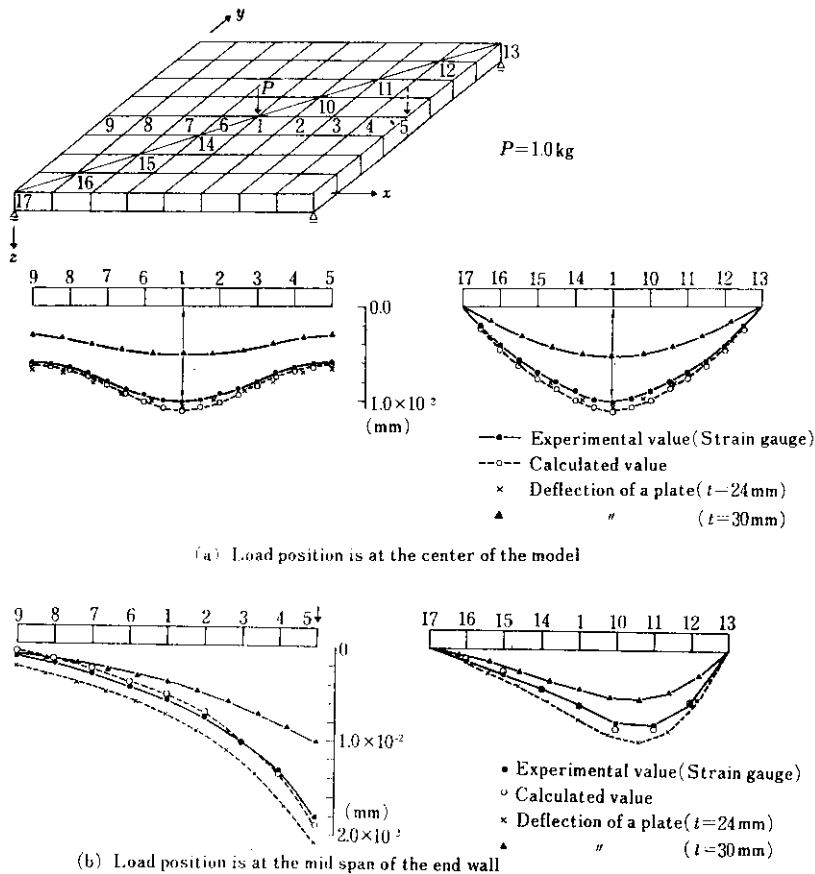


Fig. 11 Distribution of vertical deflection

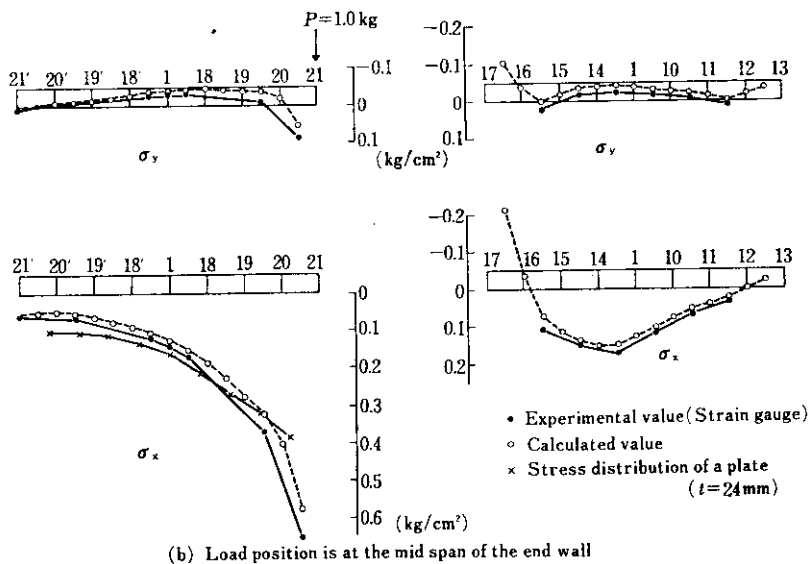
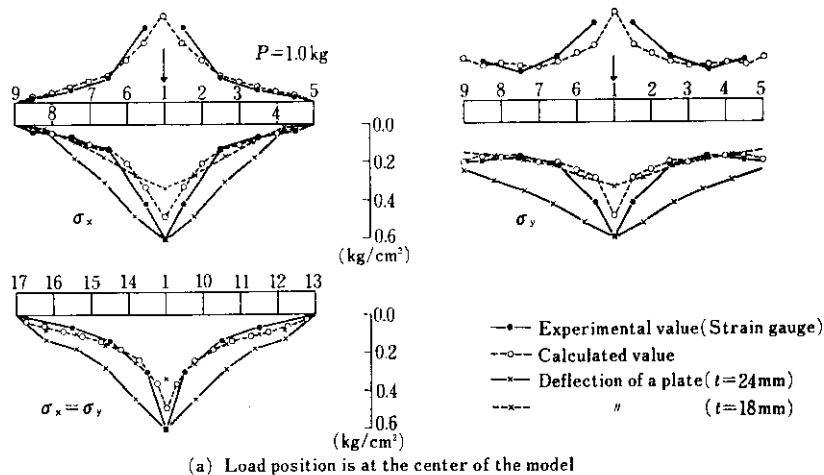


Fig. 12 Stress distribution in top and bottom plates

セルラー構造は比較的平板に類似しているが、変形量は中央集中荷時に板厚24mmの平板とよく一致するにもかかわらず、端辺中央集中荷時には一致しない。また応力は、平板に比較して、荷点から離れるほどその低下が著しく、鉛直壁のダイヤフラム的な補剛効果が顕著に現われていることがわかる。したがって、セルラー構造は平板とは明らかに異なった力学的挙動を呈するといえる。

つぎに、計算結果と実験結果とを比較すれば、変形については、荷荷位置にかかわらず差異はたかだか9%程度であり（計算値が実験値よりも大

きい）、その分布形状もよく一致している。応力については、荷点近傍以外の領域ではよく一致しているが、その近傍では計算値が実験値よりも小さくなり、荷点直下では約20%の差異となっている。この差異は、荷点近傍における応力変化の著しさに比べ、要素分割が大きく、この領域の構造体の剛性を真の剛性よりも大きく評価したこと起因するものと考えられる。

以上の考察から明らかなように、本数値解析法ではセルラー構造の鉛直変位や応力を把握することは可能であるが、外力作用点近傍における応力

分布を厳密に解析することは困難である。したがってこのような領域に対しては Zooming 法などを併用して解析する必要がある。

4・2 鉛直壁の応力

4・2・1 光弾性実験結果の信頼性

本研究では、セル鉛直壁の応力分布を3次元光弾性実験によって求めたが、模型製作時における接着面の縞の乱れや等傾線をトレースするときの精度低下などの諸因により、解析結果の信頼性には不安が残るため、光弾性実験の精度を検討する必要があり、鉛直壁に貼付したひずみゲージの計測結果と比較することとした。

4・2・3で示している鉛直壁の応力分布の例(Fig. 14, 15 参照)から明らかなように、応力分布形状に関しては、両者ともよく類似しているといえる。また応力値は、 cy_{17} の下板側の σ_y , cy_{20} の上板側の σ_z を除き、すべて光弾性実験値がゲージ計測値よりも大きくなっている。しかしながら、上下板と鉛直壁との接合部付近では応力集中が生じていると考えられ、一般に、ゲージ計測値は真の集中応力値よりも小さい値が得られることを考慮すれば、これは当然な結果であると思われる。

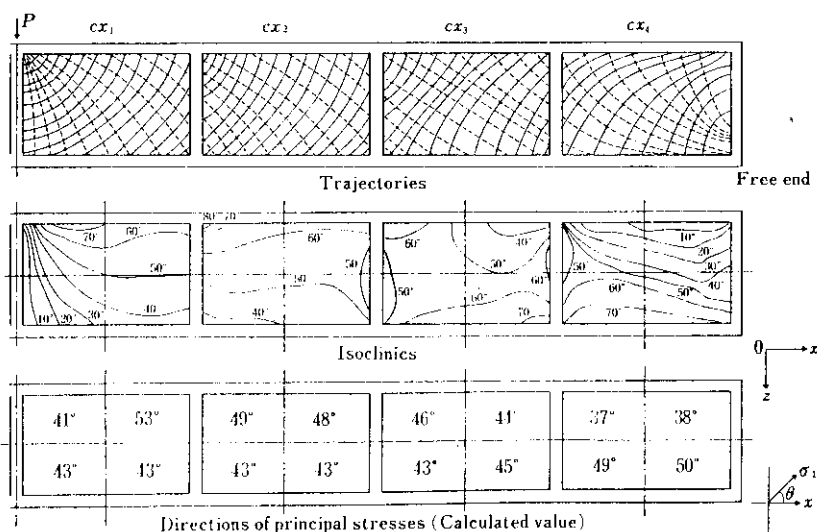
したがって、光弾性実験によって求めたセル鉛

直壁の応力分布は、定性的には十分信頼しうると判断できる。

4・2・2 主応力方向

中央集中载荷時における鉛直壁の等傾線図を Fig. 13 に示したが、これらの図から鉛直壁の応力の流れを把握することができる。また、参考のため、Fig. 13(a) に等傾線から求めた主応力線図を示した。

まず、中央スライス面 (Fig. 13 (a)) における応力の流れについて考察すれば、载荷点直下の鉛直壁 cx_1 では、载荷重による著しい集中応力が鉛直壁内に広がっていく状態が把握できる。 cx_2 では、曲げ応力とせん断応力とが合成された応力の流れを示し、 σ_1 の方向は上板近傍で 90° に、下板近傍では 0° に漸近している。ところが cx_3 では σ_1 の方向が徐々に変化し、自由端の鉛直壁 cx_4 に至ると上板近傍で 0° に下板近傍では 90° に漸近するようになる。これは Fig. 11 に示したように、変位曲線の曲率が上記の cx_3 , cx_4 の位置で逆転していることに起因するものと考えられる。自由端の鉛直壁付近で応力の流れが著しく変化する性状は第2, 第3スライス面でも同様であるが、(Fig. 13(b), (c)) 端辺に近づくにしたがって緩和し、端スライス面では消失している (Fig. 13(d))。



(a)

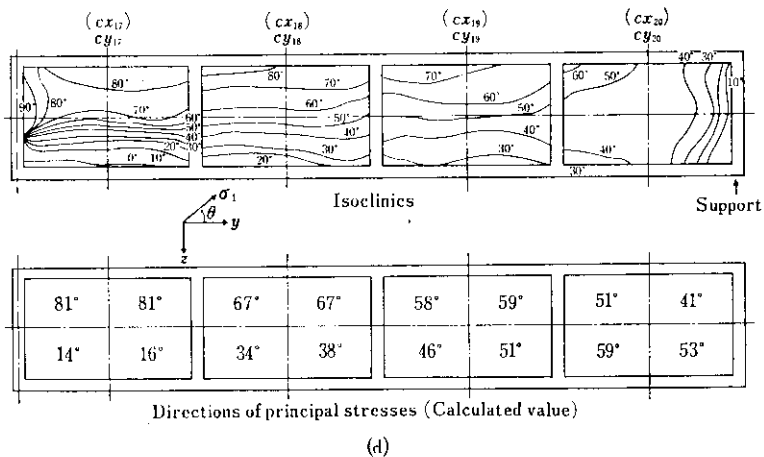
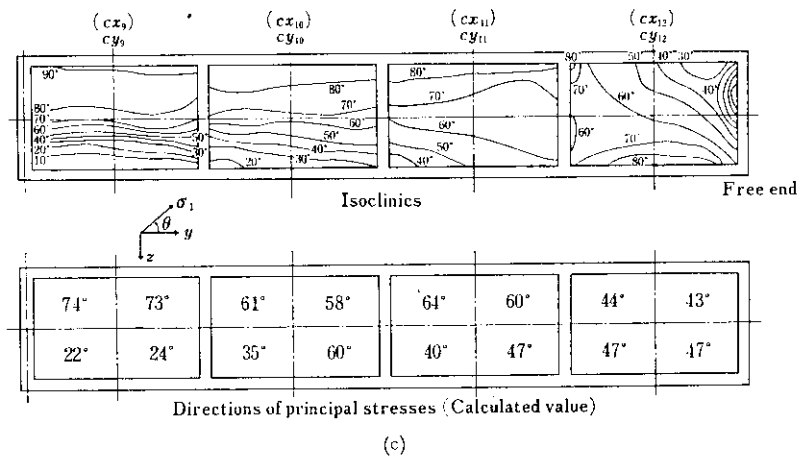
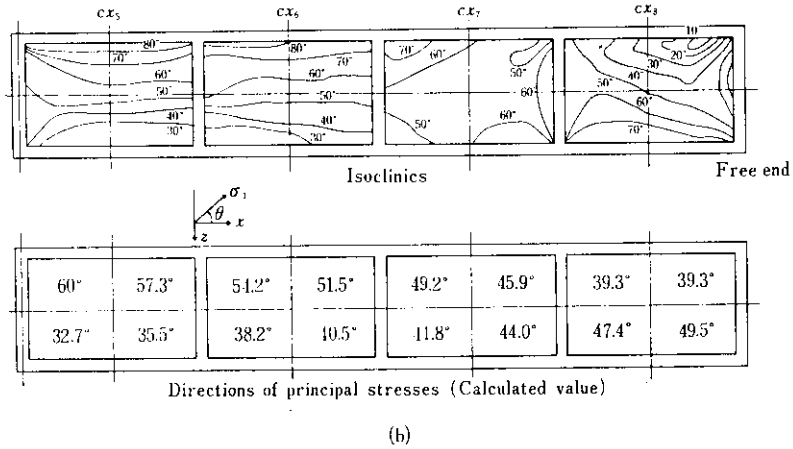


Fig. 13 Directions of principal stresses (Isoclinics)

つぎに、数値計算によって求めた主応力方向を
実験結果と比較すると、外力作用点直下や自由端
の鉛直壁では、要素分割が大きいこと、および計
算値は各要素における値の平均値を示すのみであ
ることから、応力の流れの急激な変化を把握する
のは困難であることがわかる。

また、上記以外の鉛直壁では、計算値は実験値
の平均的な値を示しており、応力の流れを大略把
握することは可能であるが、比較的 z 軸方向の変
化が著しく、 x , y 軸方向の変化は緩やかであるから、
 z 軸方向の分割方法をくふうすれば、より厳密な
解が得られるものと考えられる。

4.2.3 軸方向応力

4.2.1 で述べたごとく、鉛直壁の応力分布の主
な例を Fig. 14, Fig. 15 に示す。

数値解析結果から、鉛直壁を 4 等分する断面 A-A,
F-F と、鉛直壁接合軸線 D-D, E-E に沿う
応力分布を求めることができ、これらは図のごと
く表わされるが、光弾性実験結果から応力分布を

求める際には、接合軸線における縞は、その乱れが
著しく、実験精度が懸念されるため、上記 D-D,
E-E の代わりに、これらの断面よりも微小距離
(3.0mm) だけずらした断面 B-B, C-C を選ん
だ (Fig. 14(a))。

実験結果から明らかなように、載荷点直下の鉛
直壁 (cx_1) と支点上の鉛直壁 (cy_{20}) に大応力が発
生しているにもかかわらず、ほかの鉛直壁では応
力が激減しており、4.1 で述べたように、鉛直壁
のダイヤフラムの補剛効果が著しいことを明確
に示している。

さらに、上述のような性状は計算結果からも十
分把握することが可能であり、かつ、外力作用点
近傍以外の応力分布に関しては計算値と実験値と
はよく一致している。よって、鉛直壁の力学性状
の大略は本数値解析法によって十分把握しうるも
のといえるが、より厳密な解を得るためには、とく
につぎのような 2 点について問題が残っている。

その第 1 点は、応力集中の著しい断面の応力分
布を厳密に計算することが困難なことである。こ

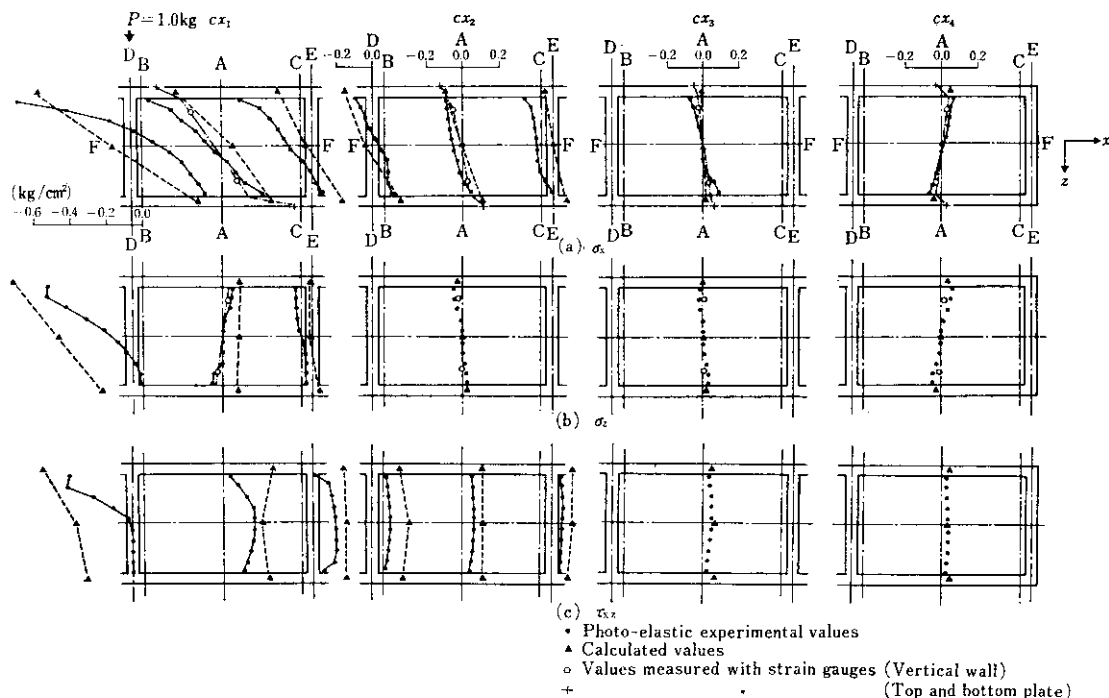


Fig. 14 Stress distributions of vertical walls (Load position is at the center of the model)

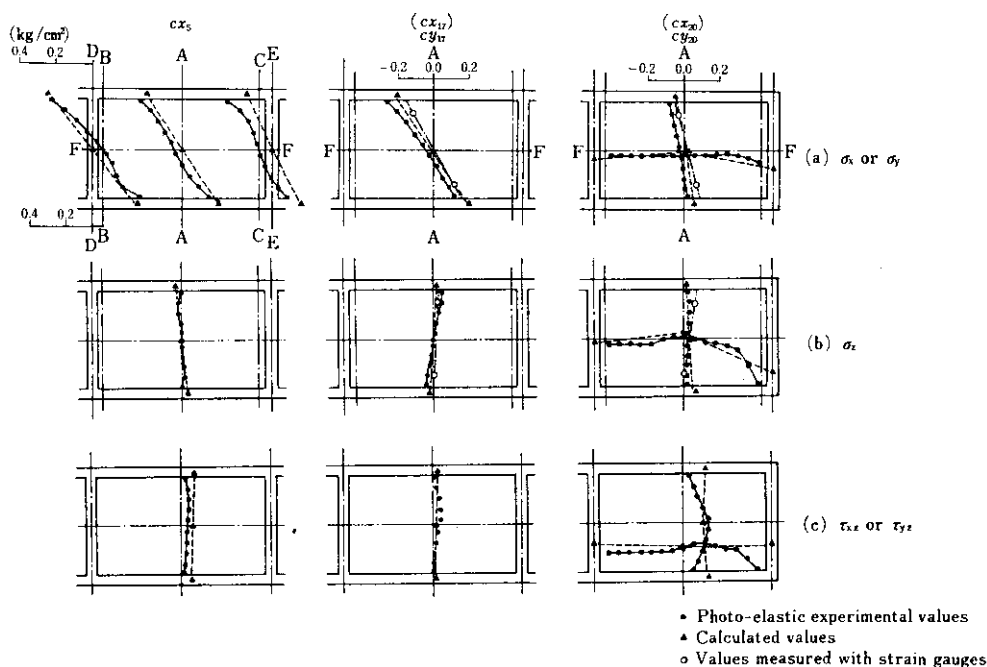


Fig. 15 Stress distributions of vertical walls

の原因としては、要素分割が大きいこと、各要素内では応力分布が直線であると仮定していること（変位関数の仮定式 (6), (7) 参照），などが考えられ、より厳密な解を得るには、4・1 でも述べたように、Zooming 法などを併用する必要がある。

第2点は、自由端のセルの上下板がそれぞれ面外曲げを受けているという事実 (Fig. 14・(a) の cx_4 参照) と、当該領域では、各板要素の面外剛性を零とみなした仮定とが大きく矛盾することである。これは 4・2・2 でも述べたごとく、自由端鉛直壁の主応力方向の性状が、ほかの鉛直壁とは異なるという事実をいっそう明確に示したものといえるが、この傾向は、鉛直壁間隔が大きくなるにしたがって著しくなると考えられ⁶⁾、構造物の形状によっては、面外剛性をも考慮する必要があるものと思われる。

5. 結 語

本研究においては、模型が比較的簡単な小模型

であり、载荷条件や支持条件が限定されているうらみはあるが、本研究結果からつぎのことが結論される。

- (1) セルラー構造では、セル鉛直壁のダイアフラム的な補剛効果が著しく、外力作用点近傍のセルが作用外荷重の大部分を分担し、ほかのセルの分担率は著しく低減する。
- (2) 有限要素法による解析結果と実験値とを比較すると鉛直変位はきわめてよく一致し、応力は外力作用点近傍を除くと良好な近似性を示した。
- (3) 外力作用点近傍におけるセルの応力分布を厳密に把握するには、本数値解析法では不十分であり、Zooming 法を併用するか、または実験的解析法を検討採用する必要がある。これらについては今後の研究課題である。

おわりに、本研究の計画、実施にあたり有益な助言と御指導をいただいた京都大学工学部丹羽義次教授、数値解析にあたって積極的に協力していただいた当社千葉製鉄所システム課に対し深く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 永元隆一, 巻岐哲夫ほか: タンカーの船首尾部を含めた全船の立体強度計算について, 造船学会論文集, 第128号, 昭和45年。
- 2) 能町純雄, 松岡健一, 大島俊之: 縦横リブを有する板の応力解析について, 日本鋼構造協会第5回大会マトリックス構造解析法研究発表論文集, 昭和46年。
- 3) 三本木茂夫: 立体薄板構造物の解析, 日本鋼構造協会第3回大会マトリックス構造解析法研究発表論文集, 昭和44年。
- 4) 川井忠彦, 三本木茂夫ほか: 有限要素法による船体局部構造解析, 日本鋼構造協会第5回マトリックス構造解析法研究発表論文集, 昭和46年。
- 5) Kaster J. Wiliam, Alexander C. Scordelis: Cellular Structures of Arbitrary Plan Geometry, Proc. ASCE. Journal of the Structural Division, 1972.
- 6) 奥村敏恵, 坂井藤一: 箱型ばりの断面変形と中間ダイアフラムの影響, 土木学会論文報告集, (1971) 190
- 7) 宇佐美勉: 弾性薄板の光弾性解析: 名古屋大学修士論文, 昭和40年
- 8) 大手敏, 西田正孝: 光弾性による面外集中荷重をうける長方形片持板の応力解析, 日本機械学会論文集, 38 (1972) 314
- 9) 多谷虎男, 猿田図彦: レール継目部の3次元光弾性実験, 土木学会論文報告集, 昭和41年, 135
- 10) 西田正孝: 応力集中, [森北出版]
- 11) 辻二郎, 西田正孝, 河田幸三: 光弾性実験法, [日刊工業新聞社]

