川崎製鉄技報
KAWASAKI STEEL GIHO
Vol.11 (1979) No.3

製鉄原料の銘柄価格評価分析法

By-brand Raw Material Price Analysis and Evaluation Method

伏見　清和(Kiyokazu Fushimi) 堀添　智(Satoshi Horizoe) 新井　慎也(Shinya Arai)

要旨：
製鉄原料の購入計画策定を支援する手段として古くから活用されている線型計画法を利用したシステムは，銘柄選択面，操業条件検討面では効果的な情報を提供するが，価格契約交渉等につながる価格分析面では十分でなかった。本報文では，各銘柄の評価価格を適切に表す指標を検討した後，これを銘柄選択問題の検討から得られる情報を使用して各銘柄の各種属性により表現し分析するための方法論を展開する。次いで種々の実際的な原料購入計画策定モデルへの適用法を，一般性を失わないミニチュアモデルにより解説する。この開発技術の組込みにより当社の原料炭，鉄鉱石の購入計画策定システムは価格分析面でも十分な情報を提供できるようになった。

Synopsis：
In the Japanese steel industry which uses incomparably many types of imported raw materials for optimum blending purposes, systems using linear programming method have long been useful as a supplementary tool for the planning of raw material purchasing, especially in the selection of right brand and the study of operational conditions. But these systems fall short of providing sufficient price analysis information which would be useful for purchase contract negotiations. This paper deveelops a new method in which evealuation prices of each brand of raw materials are expressed in mathmatical equations reflecting several limitations from furnace operations and various attributes of each brand based on information obtained during the computation of linear programming problems on brand selection. The paper also explains how to apply this new method to a number of prectical purchase planning cases using some general miniature models. The new technique has proved to be effective as coal and ore purchase planning systems in furnishing sufficient information in analyzing enaluation prices.

本文は次のページから閲覧できます。

UDC 669.162.1: 657.92
65.012.122

製鉄原料の銘柄価格評価分析法

By-brand Raw Material Price Analysis and Evaluation Method

伏見清和* Kiyokazu Fushimi
堀添　智* Satoshi Horizoe
新井慎也** Shinya Arai

Synopsis:

In the Japanese steel industry which uses incomparably many types of imported raw materials for optimum blending purposes, systems using linear programming method have long been useful as a supplementary tool for the planning of raw material purchasing, especially in the selection of right brand and the study of operational conditions. But these systems fall short of providing sufficient price analysis information which would be useful for purchase contract negotiations.

This paper develops a new method in which evaluation prices of each brand of raw materials are expressed in mathematical equations reflecting several limitations from furnace operations and various attributes of each brand based on information obtained during the computation of linear programming problems on brand selection.

The paper also explains how to apply this new method to a number of practical purchase planning cases using some general miniature models.

The new technique has proved to be effective as coal and ore purchase planning systems in furnishing sufficient information in analyzing evaluation prices.

1. はじめに

当社においては，製鉄原料の購入計画策定をサポートするシステムとしては，原料炭を対象とするものが古く，その原形が線型計画法を利用して1963年に開発されている。その後銑骸操業技術，コンピュータ利用方法，システム運用方法の進歩に歩調を合せ，システムと提供情報の質を向上させつつ，今日まで効果的に活用されてきた。

しかしこのシステムは，最適銘柄選択およびそれとの関連での操業条件の検討についての情報提供を主体とするものであった。価格契約交渉に結びつく銘柄価格評価的な性格をもつ情報としてはただ単に，銘柄別購入量制約：

〔購入量下限$]_i$ ≦ (購入量$)_i$ ≦〔購入量上限$]_i$

(iは銘柄を表す添字) の shadow price (その他の条件はそのままにして，着目銘柄の下限あるいは上限をある範囲で増加させたときの，増加1単位量あたりの目的関数の増加額) を，制約条件の境界値における各銘柄の割高さを表す較差価格としてアウトプットしているにすぎなかった。その後，オイルショックを境に発生した製鉄原料についての短期的長期的諸課題は，原料炭各銘柄の価格評価に関し，このような総合指標だけでなく，原料の各種品位・属性と直接結びついた，具体

* 本社システム部システム開発室主査(課長待遇)
** 本社システム部システム開発室主査(掛長待遇)

〔昭和54年7月16日原稿受付〕

的で要因分析的な情報をシステムに求めるようになった。この事情は鉄鉱石についても全く同じである。

そこで問題となったのは，製鉄原料について客観的に妥当な各銘柄の評価価格を，その銘柄のもっている各種品位・属性と直接関連づけた式として表現できないか，ということである。

以下，この問題の適切な取扱い方法を検討，方向づけし，その方向づけのもとでの基礎理論，システムへの組込みにあたってのその理論の実際的な利用法，種々の形をした原料購入計画策定モデルへの対処法等について論述する。

2. 価格評価分析問題に対する検討の方向づけ

前記問題をアプローチする場合，線型計画的取扱い以外の方法としては，多変量解析的アプローチおよび副原料補完的アプローチとでも呼ぶべきものがあり，わかりやすさのせいか，よく試みられている。多変量解析的アプローチとは，原料の各種成分品位をメリット・デメリットが数値化できるものとできないものに分け，まずメリットを数値化できる品位について費用付加額，副産物控除額を計算し，それを購入価格に加算して，原料 t あたりの使用価格を銘柄別に求める。次いで，メリットを数値化できない品位を要因に，この銘柄別使用価格を特性値にして回帰分析，連立方程式等の方法で，これら品位1単位あたりの市場価格を求め，これらによって各銘柄の評価価格を算出しようとするものである。また副原料補完的アプローチは，主原料1銘柄だけに着目し，成品1t を生産するために必要な副原料の付加，控除を主体にした何らかのメリット，デメリットを全品位について算定・想定して，各銘柄の評価価格を算定しようとするものである。

これらのアプローチ法は一見妥当なようにみえるが，いくつかの致命的な欠陥を露呈する。例えば，価格は高いが品質は良い銘柄と価格は安いが品質は悪い銘柄を上手に組合せると，使用条件に合致した割安な配合原料ができる場合，これらの銘柄の評価価格は見かけよりも良くしてよいという，常識的で原料購入上重要な一つのポイントが，これらのアプローチ法からは出てこない。また，最適銘柄選択とくい違った結論がしばしば生ずる。結局これらのアプローチ法においては，原料の供給条件とその使用条件に関し，一部の情報しか使用しておらず，またそれらを相互に関連させて合理的に使用していない。したがってこれらに起因する欠陥が発生することになる。

一方，線型計画的取扱いで最適銘柄選択をするということは，各種の原料供給条件，使用条件（購入可能銘柄，各銘柄の供給可能量・価格・品位，操業条件，操業付加費用，控除費用等）について入手可能な全情報を相互に関連づけて合理的に使用し，操業費用総額最小という総合的観点から各銘柄の最適購入量を判断していることになる。したがって，銘柄別購入量制約の shadow price は，この総合的判断と整合性を有する点からも，制約条件境界値における各銘柄の割高さを表す最も総合的かつ合理的な数値と考えてよい。したがってまた，各銘柄の購入価格からその銘柄のこの意味での割高さ，即ち較差価格を引いた数値は，最も適切なその銘柄の評価価格になる。ちなみに，極めて単純な原料購入計画問題（例えば，制約条件として銘柄別購入量制約と原料総必要量制約だけがあるような問題）を検討すれば，この意味での較差価格および評価価格は，実は会計的，常識的な意味でのそれらと，概念的に全く同じものであることが容易にわかるであろう。

ところで，一般に銘柄選択問題を解けば，原料使用・設備操業制約の各々についても，対応する shadow price が求められる。これらは，その他の制約条件はそのままにして，着目している制約条件の定数項をある範囲で増加させたときの，増加単位量あたりの目的関数の増加額を意味するから，その制約条件が表している量の単位量あたりの限界評価価格になる。すなわち，これらはその制約条件を構成する品位あるいはそれらの複合されたもの1単位量の総合的な評価を与えている訳である。したがってこれらの数値は，銘柄の較差価格あるいは評価価格を，その銘柄の各種属性により説明・分析する際の情報のひとつとして利用できるはずである。

結局，配合使用原料銘柄価格の最適評価分析の問題は，線型計画的アプローチで銘柄選択問題を

解いて得られる前記の銘柄較差価格，銘柄評価価格を，その銘柄の購入価格・品位的各種属性や，各種操業費用および各種操業制約条件の shadow price 等と関連づけて式表現することに帰着する。換言すれば，線型計画モデルのすべての制約条件の shadow price 間の関係式を，線型計画モデルを構成している制約条件の係数と目的関数の係数を使用して表現できればよいことになる。

3. 銘柄評価価格分析式算出のための基礎理論

3・1 線型計画問題における shadow price 間の関係式

以下の形をした線型計画問題Aを考える。

問題A：

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}x_n \geq b_1 & (1.1) \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots\cdots + a_{2n}x_n \geq b_2 & (1.2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots\cdots + a_{mn}x_n \geq b_m & (1.m) \end{cases}$$

$$x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n \geq 0 \qquad (1.m+1)$$

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots\cdots\cdots + c_nx_n \to \text{Min.} \qquad (1.m+2)$$

そうするとこの問題Aの各制約条件 (1.1)，(1.2)，……，(1.m) の shadow price π_1，π_2，……，π_m は，次の問題Bを満足することが，線型計画法における双対定理として知られている。

問題B：

$$\begin{cases} a_{11}\pi_1 + a_{21}\pi_2 + \cdots\cdots + a_{m1}\pi_m \leq c_1 & (2.1) \\ a_{12}\pi_1 + a_{22}\pi_2 + \cdots\cdots + a_{m2}\pi_m \leq c_2 & (2.2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ a_{1n}\pi_1 + a_{2n}\pi_2 + \cdots\cdots + a_{mn}\pi_m \leq c_n & (2.n) \end{cases}$$

$$\pi_1,\ \pi_2,\ \cdots\cdots,\ \pi_m \geq 0 \qquad (2.n+1)$$

$$b_1\pi_1 + b_2\pi_2 + \cdots\cdots\cdots + b_m\pi_m \to \text{Max.} \qquad (2.n+2)$$

(2.1)～(2.n) はすべての shadow price 間の関係をすべての制約条件と目的関数の係数を使用して表現した式になっているが，残念ながら不等式である。そこで次の問題Cを考える。

問題C：

問題Aにおいて，変数の非負制約 (1.m+1) 式を，次の (3) で置きかえた問題。

$$-\infty \leq x_1 \leq \infty,\ \cdots\cdots,\ -\infty \leq x_n \leq \infty \quad \cdots (3)$$

この問題Cにおいて，$x_i = u_i - v_i$，u_i，$v_i \geq 0$ として，その双対問題を検討すればわかるように，問題Cの制約条件 (1.1)，(1.2)，……，(1.m) の shadow price π_1，π_2，……，π_m は，以下の問題Dを満足することになる。

問題D：

$$\begin{cases} a_{11}\pi_1 + a_{21}\pi_2 + \cdots\cdots + a_{m1}\pi_m = c_1 & (4.1) \\ a_{12}\pi_1 + a_{22}\pi_2 + \cdots\cdots + a_{m2}\pi_m = c_2 & (4.2) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ a_{1n}\pi_1 + a_{2n}\pi_2 + \cdots\cdots + a_{mn}\pi_m = c_n & (4.n) \end{cases}$$

$$\pi_1,\ \pi_2,\ \cdots\cdots,\ \pi_m \geq 0 \qquad (4.n+1)$$

$$b_1\pi_1 + b_2\pi_2 + \cdots\cdots\cdots + b_m\pi_m \to \text{Max.} \qquad (4.n+2)$$

すなわち問題Cの形の線型計画問題においては，その制約条件 (1.1)，(1.2)，……，(1.m) の shadow price π_1，π_2，……，π_m の間に，制約条件の係数 a_{ji} (j＝1, 2, ……, m; i＝1, 2, ……, n) と目的関数の係数 c_i (i＝1, 2, ……, n) を使用した (4.1)，(4.2)，……，(4.n) の関係式が成立する。

3・2 例題と銘柄評価価格分析式の解釈

以上により，問題Cという一定の形式で表現された線型計画問題については，その shadow price 間の関係を制約条件と目的関数の係数を使用して，等式で表すことができることがわかった。

例えば次のような原料購入計画モデルを考える。

$$\begin{cases} x_i \geq L_i & & \cdots\cdots(5.1) \\ -x_i \geq -U_i & i = 1, 2, \cdots\cdots, n & \cdots\cdots(5.2) \\ \sum_{i=1}^{n} a_{ji}x_i \geq a_j & j = 1, 2, \cdots\cdots, m & \cdots\cdots(5.3) \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{n} c_i x_i + d_1 \cdot \sum_{i=1}^{n} a_{1i} x_i + \cdots\cdots + d_m \cdot \sum_{i=1}^{n} a_{mi} x_i \to \text{Min.} \qquad \cdots\cdots(5.4)$$

ただし，i：銘柄識別番号

x_i：銘柄別購入量

a_{ji}：制約条件に関する係数（たとえば，石炭の場合コークス収率，灰分含有率，鉄鉱石の場合 Al_2O_3 含有率など種々の要因をそのまま，もしくは補正・変換して用いる）

j：制約条件番号

U_i，L_i：銘柄別購入量の上，下限値

a_j：生産量や品位に関する j 番目の操業制約を表す限界値

c_i：銘柄別購入単価

d_j：($a_{ji}\cdot x_i$) の単位量の変動に伴う操業

総費用の増加見積額

すなわち，(5.1)～(5.3) 式の制約条件のもとで，(5.4) 式左辺で示される操業費用総額を最小にする x_i を求めようというモデルである。

制約条件 (5.1)～(5.3) の shadow price をそれぞれ π_{Li}, π_{Ui}, π_{A_j} とすれば，3･1節の所論によりこれらの値はすべて，$\geqq 0$ であり，

$$\pi_{Li}-\pi_{Ui}+\sum_{j=1}^{m}a_{ji}\cdot\pi_{A_j} = c_i+\sum_{j=1}^{m}d_j\cdot a_{ji} \qquad \cdots\cdots(6)$$

$$i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n$$

という関係式が成立する。そして

$$(\pi_{Li}-\pi_{Ui})=\begin{cases}\pi_{Li}\geqq 0 & x_i=L_i \text{ のとき}\\ -\pi_{Ui}\leqq 0 & x_i=U_i \text{ のとき}\end{cases}$$

であるから，$(\pi_{Li}-\pi_{Ui})$ は銘柄 i の割高さを意味する較差価格であり，c_i は銘柄 i の購入単価であるから，$c_i-(\pi_{Li}-\pi_{Ui})$ は各銘柄の評価価格になる。

結局，このモデルの場合には，

$$(\text{較差価格})_i=c_i-\sum_{j=1}^{m}\pi_{A_j}\cdot a_{ji}+\sum_{j=1}^{m}d_j\cdot a_{ji} \qquad (7.1)$$

$$(\text{評価価格})_i=\sum_{j=1}^{m}\pi_{A_j}\cdot a_{ji}-\sum_{j=1}^{m}d_j\cdot a_{ji} \qquad (7.2)$$

と表現でき，所期の目的が達成できる。なおこのように各銘柄の較差価格，評価価格を，銘柄の各種属性で表現した式を，銘柄較差価格分析式，銘柄評価価格分析式と呼ぶことにする。

一般に本節の例題のような原料の銘柄選択問題においては，銘柄の品位属性に関し2種類のコストの発生を考慮していることになる。一つは目的関数に陽に表現されている，品位属性についての操業付加費用 $\sum_{j=1}^{m}d_j\cdot\sum_{i=1}^{n}a_{ji}x_i$ である。もう一つは，陰にかくれているが間違いなく発生する，品位属性についての操業制約条件 $\sum_{i=1}^{n}a_{ji}x_i\geqq a_j$, $j=1,2,\cdots m$ を達成するためのコストである。銘柄評価価格分析式 (7.2) の右辺を構成する二つの部分，$-\sum_{j=1}^{n}d_i a_{ji}$, $\sum_{j=1}^{m}\pi_{A_j}\cdot a_{ji}$ は，上記コスト発生についての前者および後者に対応する銘柄評価価格を表している。

まず，目的関数の構成要素である $d_j\cdot\sum_{i=1}^{n}a_{ji}x_i$ は第 j 番目の品位属性総量についての操業上付加されるコストを表しているから，当然のことながら d_j は第 j 品位属性単位量あたりの操業上付加されるコストである。銘柄 i 単位量は，この第 j 品位属性を a_{ji} だけもっているから，$d_j\cdot a_{ji}$ だけコストを増加させる。すなわち銘柄 i は $d_j\cdot a_{ji}$ だけ評価を低くしてよい。これが $-d_j\cdot a_{ji}$ の意味であり，全品位属性について考えれば，この意味での評価価格は $-\sum_{j=1}^{m}d_j\cdot a_{ji}$ となる訳である。

一方 π_{A_j} は，第 j 品位属性についての制約条件 $\sum_{i=1}^{n}a_{ji}x_i\geqq a_j$ の shadow price であり，これは，その他の制約条件は変えないで，この制約条件の定数項 a_j をある範囲で一定量増加させて最適銘柄選択問題を解いたときの目的関数の増加額を，a_j の増加単位量あたりに換算した額である。したがって π_{A_j} は，第 j 品位属性についての制約条件を達成するためには，その定数項 a_j の近辺で，第 j 品位属性単位量あたり，これだけのコストがかかるということを意味する金額になる。すなわち第 j 品位属性単位量の限界的な評価価格を表している訳である。銘柄 i の単位量は，第 j 品位属性を a_{ji} だけもっているから，この観点からは $\pi_{A_j}\cdot a_{ji}$ と価格づけしてよい。全品位属性について考えれば，この意味での評価価格は $\sum_{j=1}^{m}\pi_{A_j}\cdot a_{ji}$ となる訳である。以上が (7.2) 式の具体的な経済的解釈である。なお上記説明では a_{ji} を直接銘柄 i の第 j 品位属性としたが，種々の品位属性の関数であっても，またそれらと直接関係のない数値であっても，同様の方法で解釈できる。

4. 銘柄評価価格分析式の実際的算出法

以上により，銘柄評価価格分析式を求める基本的方法がわかった。しかしこの手続きでは，線型計画問題を問題Cという形式に直さなければならない。また $L\leqq\sum a_i x_i\leqq U$ という形をした制約条件について，線型計画問題のコンピュータ処理のための汎用ソフトウェアではあたかも一つの制約条件であるかのように取扱えるにもかかわらず，この手法では二つの制約条件に分解して取扱わなければならない。以下こういった繁雑さ，非効率性を解消し，実用的に銘柄評価価格分析式を算出する方法について検討する。

4･1 汎用ソフトウェアにおける reduced cost

最初に線型計画問題を処理する汎用ソフトウェア（日本ユニバック(株)の大型コンピュータでは FMPS, 目的関数は Min. 扱い。）における，種々の形をした制約条件の shadow price の現れ方を整

理しておく。一般に汎用ソフトウェアでは，$L \leqq \sum a_i x_i \leqq U$という形をした制約条件は，一つの制約条件のように取扱うのが普通であるので，shadow priceはただ一つ発生すると考える。このように考えたときのshadow priceを，以下reduced costと呼ぶことにする。

(1)　Bounded variable制約の場合

$L_i \leqq x_i \leqq U_i$というbounded variable制約のreduced costは，

$$\begin{cases} x_i = L_i \text{のとき，} & \geqq 0, \\ x_i = U_i \text{のとき，} & \leqq 0, \\ \text{その他の場合} & = 0 \end{cases}$$

としてアウトプットされる。

(2)　下限指示，range付き下限指示制約の場合

下限Lを指示した制約条件（$L \leqq \sum a_i x_i$），および下限Lと上限までのrange Rを指示した制約条件（$L \leqq \sum a_i x_i \leqq L+R$）に対しては，汎用ソフトウェアは，

$$\sum a_i x_i - \lambda = L,\ 0 \leqq \lambda \leqq R$$

として取扱い，$0 \leqq \lambda \leqq R$のreduced costがもとの制約条件のreduced costとして，アウトプットされる。したがってreduced costは，次のようになる。

$$\begin{cases} \lambda = 0,\ \text{したがって}\sum a_i x_i = L(\text{下限})\text{のとき，} & \geqq 0 \\ \lambda = R,\ \text{したがって}\sum a_i x_i = L+R(\text{上限})\text{のとき，} & \leqq 0 \\ \text{その他の場合} & = 0 \end{cases}$$

(3)　上限指示，range付き上限指示，等号指示制約等の場合

上限Uを指示した制約条件（$\sum a_i x_i \leqq U$），上限Uと下限までのrange Rを指示した制約条件（$U-R \leqq \sum a_i x_i \leqq U$），等号を指示した制約条件（$\sum a_i x_i = U$），等に対しては，汎用ソフトウェアは

$$\sum a_i x_i + \lambda = U,\ 0 \leqq \lambda \leqq R$$

として取扱い，$0 \leqq \lambda \leqq R$のreduced costがもとの制約条件のreduced costとして，アウトプットされる。したがってreduced costは以下のようになる。

$$\begin{cases} \lambda = 0,\ \text{したがって}\sum a_i x_i = U(\text{上限})\text{のとき，} & \geqq 0 \\ \lambda = R,\ \text{したがって}\sum a_i x_i = U-R(\text{下限})\text{のとき，} & \leqq 0 \\ \text{その他の場合} & = 0 \end{cases}$$

4・2　構成要素の簡素な表現法

以上のような現れ方をするreduced costを使用して，種々の形をした制約条件に対応する銘柄評価価格分析式の構成要素を，簡素に表現することを試みる。

(1)　較差価格

$L_i \leqq x_i \leqq U_i$というbounded variable制約は，3章問題Cの表現形式では$x_i \geqq L_i$，$-x_i \geqq -U_i$，として取扱われる。そして前者のshadow price π_{SL_i}も後者のshadow price π_{SU_i}も$\geqq 0$であり，両者同時に>0になることはない。一方reduced cost π_{X_i}は$x_i = L_i$のときは$\geqq 0$，$x_i = U_i$のときは$\leqq 0$である。したがって次式が成立する。

$$\pi_{SL_i} - \pi_{SU_i} = \pi_{X_i}$$

(2)　下限指示制約の評価部分

$\sum a_i x_i \geqq A$という制約条件は，問題Cの形式でもそのまま取扱われ，そのshadow price π_{SA}は$\geqq 0$であり，銘柄評価価格分析式におけるこの制約条件の評価部分は，$\pi_{SA} \cdot a_i$である。一方reduced cost π_Aの方も$\geqq 0$であるから次式が成立する。

$$\pi_{SA} \cdot a_i = \pi_A \cdot a_i$$

(3)　上限指示制約の評価部分

$\sum b_i x_i \leqq B$という制約条件は，問題Cの形式では$\sum(-b_i)x_i \geqq -B$として取扱われ，そのshdow price π_{SB}は$\geqq 0$であり，評価価格分析式におけるこの制約条件の評価部分は$\pi_{SB} \cdot (-b_i)$である。一方reduced cost π_Bも$\geqq 0$であるから次式が成立する。

$$\pi_{SB} \cdot (-b_i) = -\pi_B \cdot b_i$$

(4)　等号指示制約の評価部分

$\sum c_i x_i = C$という制約条件は，問題Cの形式では，$\sum c_i x_i \geqq C$，$\sum(-c_i)x_i \geqq -C$として取扱われる。したがってそれらのshadow priceをπ_{SCL}，π_{SCU}とすれば，評価価格分析式におけるこの制約条件の評価部分は，$\pi_{SCL} \cdot c_i + \pi_{SCU} \cdot (-c_i) = (\pi_{SCL} - \pi_{SCU}) \cdot c_i$となる。一方reduced cost π_Cについては，$\sum c_i x_i = C - \varepsilon$（但し$\varepsilon$は極めて小さい正の数値）の場合は$\leqq 0$，$\sum c_i x_i = C + \varepsilon$の場合は$\geqq 0$である。ゆえに，$\pi_{SCL}$，$\pi_{SCU} \geqq 0$であることを考慮すれば次式が成立する。

$$(\pi_{SCL} - \pi_{SCU}) \cdot c_i = -\pi_C \cdot c_i$$

(5)　Range付き下限指示をしたときの上，下限制約の評価部分

$D_L \leqq \sum d_i x_i \leqq D_U$という制約条件は，問題Cの形式では$\sum d_i x_i \geqq D_L$，$\sum(-d_i) \cdot x_i \geqq -D_U$として

取扱われる。したがってそれらの shadow price を π_{SDL}, π_{SDU} とすれば、評価価格式におけるこの制約条件の評価部分は、

$$\pi_{SDL} \cdot d_i + \pi_{SDU} \cdot (-d_i) = (\pi_{SDL} - \pi_{SDU}) \cdot d_i$$

となる。一方 reduced cost π_D については、$\sum d_i x_i = D_L$ のとき ≥ 0, $\sum d_i x_i = D_U$ のとき ≤ 0 である。ゆえに、π_{SDL}, $\pi_{SDU} \geqq 0$ であることを考慮すれば次式が成立する。

$$(\pi_{SDL} - \pi_{SDU}) \cdot d_i = \pi_D \cdot d_i$$

(6) Range 付き上限指示をしたときの上、下限制約の評価部分

(5)の制約条件を range 付き上限指示で取扱ったとき、reduced cost π_D は、$\sum d_i x_i = D_L$ のとき ≤ 0, $\sum d_i x_i = D_U$ のとき ≥ 0 である。したがって評価価格分析式におけるこの制約条件の評価部分については次式が成立する。

$$(\pi_{SDL} - \pi_{SDU}) \cdot d_i = -\pi_D \cdot d_i$$

結局，銘柄評価価格分析式の各種制約条件を評価の発生源とする構成要素の実際的な算定法としては，**Table 1** を使用できる。

4·3 例　題

例えば以下のような原料購入計画モデルがあったとする。

制約条件	汎用ソフトウェアへの指示	Reduced cost
$L_i \leqq x_i \leqq U_i$　$i=1, 2, \cdots\cdots, n$	Bounded variable	π_{X_i}
$\sum a_i x_i \geqq A$	下限指示	π_A
$\sum b_i x_i \leqq B$	上限指示	π_B
$\sum c_i x_i = C$	等号指示	π_C
$D_L \leqq \sum d_i x_i \leqq D_U$	Range 付き下限指示	π_D
$E_L \leqq \sum e_i x_i \leqq E_U$	Range 付き上限指示	π_E
$FG_L \leqq \dfrac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum g_i \cdot x_i} \leqq FG_U$		

（ただし $\sum g_i \cdot x_i > 0$）

$\sum v_i x_i + p \cdot \sum b_i x_i + q \cdot (\sum f_i x_i - FG_L \cdot \sum g_i x_i)$
$\to$ Min. ただし上記の分数制約は

$$\sum (f_i - FG_L \cdot g_i) \cdot x_i \geqq 0,$$
$$\sum (f_i - FG_U \cdot g_i) \cdot x_i \leqq 0$$

と線型化し，それぞれ下限指示，上限指示によって取扱う。そのときの reduced cost をそれぞれ π_{FGL}, π_{FGU} とする。

この原料購入計画モデルに対応する銘柄評価価格分析式は，3·1節の所論と **Table 1** を利用して，ただちに以下のように表現することができる。ただし v_i は銘柄別購入価格を表す。

$$\begin{aligned}(\text{評価価格})_i = v_i - \pi_{X_i} &- \pi_A \cdot a_i - \pi_B \cdot b_i - \pi_C \cdot c_i - \pi_D \cdot d_i \\ &- \pi_E \cdot e_i + \pi_{FGL} \cdot (f_i - FG_L \cdot g_i) \\ &- \pi_{FGU} \cdot (f_i - FG_U \cdot g_i) - p \cdot b_i \\ &- q \cdot (f_i - FG_L \cdot g_i) \quad \cdots\cdots (8)\end{aligned}$$

なお，$\pi_A \cdot a_i$ 等の部分について，a_i の平均値や基準値 $\bar{a}$ を使用して $\pi_A \cdot (a_i - \bar{a}) + \pi_A \cdot \bar{a}$ 等と表現したり，b_i 等の属性でくくり直したりする変形は適宜に行えばよい。

5. 定義式変数を使用したモデルへの対処法

例えば，$\sum a_i x_i \leq A$, $\sum a_i x_i / \sum b_i x_i \geqq AB$ という制約条件があったとき，これらをこのままの形で取扱うのではなく変数 y_A, y_B を導入し，

Table 1 Components about each type of constraints in the formula of evaluating price for each brand

Type of constraints	Indication to the software	Reduced cost	Component in the formula
$L_i \leqq x_i \leqq U_i$	Bounded variable	π_{X_i}	
$\sum a_i x_i \geqq A$	Lower bound	π_A	$\pi_A \cdot a_i$
$\sum b_i x_i \leqq B$	Upper bound	π_B	$-\pi_B \cdot b_i$
$\sum c_i x_i = C$	Equal	π_C	$\pi_C \cdot c_i$
$D_L \leqq \sum d_i x_i \leqq D_U$	Lower bound with range	π_D	$\pi_D \cdot d_i$
$D_L \leqq \sum d_i x_i \leqq D_U$	Upper bound with range	π_D	$-\pi_D \cdot d_i$

$$\begin{cases} \sum a_i x_i - y_A = 0 \\ \sum b_i x_i - y_B = 0 \\ y_A \leqq A, \quad y_A - AB \cdot y_B \geqq 0 \end{cases}$$

として取扱う方法がある。y_A, y_B のような変数のことを，以下定義式変数と呼ぶことにする。

企業における実際の原料購入計画策定システムの構築にあたってはいくつかの phase を考えなければならず，また改良・修正の頻度も高い。したがって定義式変数を使用しなければ，モデルの記述が複雑になるうえ，改良・修正作業が非効率になることがある。この意味で，以下定義式変数を使用して記述したモデルに対する銘柄評価価格分析式の算出法について検討する。

5・1 定義式変数を一定のルールで使用したモデル

4・3節で取扱った例題を定義式変数を使用して記述すると以下のようになる。

制約条件	汎用ソフトウェアへの指示	Reduced cost
$L_i \leqq x_i \leqq U_i$	Bounded variable	π_{Xi}
$\sum a_i x_i - y_A = 0$	等号指示	π_{YA}
$\sum b_i x_i - y_B = 0$	等号指示	π_{YB}
$\sum c_i x_i - y_C = 0$	等号指示	π_{YC}
$\sum d_i x_i - y_D = 0$	等号指示	π_{YD}
$\sum e_i x_i - y_E = 0$	等号指示	π_{YE}
$\sum f_i x_i - y_F = 0$	等号指示	π_{YF}
$\sum g_i x_i - y_G = 0$	等号指示	π_{YG}
$y_A \geqq A$	下限指示	π_A
$y_B \leqq B$	上限指示	π_B
$y_C = C$	等号指示	π_C
$D_L \leqq y_D \leqq D_U$	Range付下限指示	π_D
$E_L \leqq y_E \leqq E_U$	Range付上限指示	π_E
$y_F - FG_L \cdot y_G \geqq 0$	下限指示	π_{FGL}
$y_F - FG_U \cdot y_G \leqq 0$	上限指示	π_{FGU}

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i + p \cdot y_B + q \cdot y_F - q \cdot FG_L \cdot y_G \rightarrow \text{Min.}$$

これまでの所論により，この例題に対する reduced cost 間の関係式は **Table 2** のようになる。したがってこの場合は，(9)式のように，定義式に現れる reduced cost だけを使用した銘柄評価価格分析式を，一つの表現法としてまず求めることができる。

$$\begin{aligned}(\text{評価価格})_i &= v_i - \pi_{Xi} \\ &= -\pi_{YA} \cdot a_i - \pi_{YB} \cdot b_i - \cdots\cdots \\ &\quad \cdots\cdots - \pi_{YG} \cdot g_i \qquad \cdots\cdots(9)\end{aligned}$$

この表現法は簡潔であり，このまま利用することができる。ただその構成要素は，評価の発生源まで完全にさかのぼっておらず情報量が少ない。評価の発生源にさかのぼった評価価格分析式を求めるには，**Table 2** の後半部分からでてくる連立方

Table 2 Relations between reduced costs at the example using variables defined by formulae

Corresponding variable	Signed reduced cost																		Relation	Coefficient of objective function
	π_{X1}	π_{X2}	…	π_{Xn}	$-\pi_{YA}$	$-\pi_{YB}$	$-\pi_{YC}$	$-\pi_{YD}$	$-\pi_{YE}$	$-\pi_{YF}$	$-\pi_{YG}$	π_A	$-\pi_B$	$-\pi_C$	π_D	$-\pi_E$	π_{FGL}	$-\pi_{FGU}$		
x_1	1				a_1	b_1	c_1	d_1	e_1	f_1	g_1								=	v_1
x_2		1			a_2	b_2	c_2	d_2	e_2	f_2	g_2								=	v_2
⋮			⋱		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮								⋮	⋮
x_n				1	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n	f_n	g_n								=	v_n
y_A					−1							1							=	0
y_B						−1							1						=	p
y_C							−1							1					=	0
y_D								−1							1				=	0
y_E									1							1			=	0
y_F										1							1	1	=	q
y_G											1						$-FG_L$	FG_U	=	$q \cdot FG_L$

程式(10)より，π_{YA}，π_{YB}，……，π_{YG} を求め，(9)式に代入すればよい。

$$\begin{pmatrix} -1 & & & & & & \\ & -1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & -1 & & & \\ & & & & -1 & & \\ & & & & & -1 & \\ & & & & & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\pi_{YA} \\ \pi_{YB} \\ -\pi_{YC} \\ -\pi_{YD} \\ -\pi_{YE} \\ -\pi_{YF} \\ -\pi_{YG} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & FG_L & FG_U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_A \\ -\pi_B \\ \pi_C \\ \pi_D \\ -\pi_E \\ \pi_{FGL} \\ -\pi_{FGU} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ q \\ -q\cdot FG_L \end{pmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots(10)$$

このようにして求めた評価価格分析式が(8)式に一致することは容易に確められる。

5・2 定義式変数を使用した一般モデル

5・1節で取扱ったモデルの場合は，定義式に現れる reduced cost だけで，(9)式のように1次的な銘柄評価価格分析式を表現できたが，これは

(1) 銘柄別購入制約以外の本質的な制約条件は定義式変数だけで記述されている，

からである。また形式的には連立方程式の形をしている(10)式は，実は個別に解ける方程式の集まりになっているが，これは

(2) 各定義式に含まれている定義式変数は，それによって定義しようとしている定義式変数1個だけである，

という性質を，モデルがもっているからである。

したがってこの二つの性質をくずして記述せざるを得ないモデルについては，その取扱いは若干複雑になる。しかしいずれにしろ，そのモデルに対応する **Table 2** 全体で表された連立方程式から，定義式に現れる reduced cost を消去する処理により，評価の発生源までさかのぼった銘柄評価価格分析式を誘導できる。

6. 非線型部分を含むモデルへの対処法

非線型部分を含む原料購入計画モデルを解く実際的で単純な方法として，パラメータ方式および線型化繰返し方式とでも呼ぶべき方法がある。この章では一般性のある簡単な例題をもとに，まずこれらの方式を解説した後，両方式からでてくる銘柄評価価格分析式を比較・分析し実際問題への対処法を検討する。

6・1 非線型部分を含むモデル

例えば以下のような原料購入計画モデルがあったとする。

$L_i \leq x_i \leq U_i$

$\qquad i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n$

$\sum x_i = y_X$

$\sum a_i\cdot x_i = y_A$

$\sum b_i\cdot x_i = y_B$

$\sum c_i\cdot x_i = y_C$

$y_B/y_X = y_{MB}$

$y_R = S_R - CRD\cdot(y_{MB} - S_{MB})$

$y_A \geq Q\cdot y_R$

$MB_U \geq y_{MB} \geq MB_L$

$y_C/y_A \leq CA$

$\sum v_i\cdot x_i + q\cdot y_C \rightarrow Min.$

ここで変数は x_i(銘柄別購入量)と y_*(＊は A，B等の添字の総称)である。このモデルでは，$y_B/y_X = y_B$ という定義式が非線型になっており，このままでは線型計画法を利用して解を求めることはできない。非線型数理計画問題については，単一解の存在性，解法等について高度な研究がされているが，実用的でかつ単純な方法として，以下のパラメータ方式，線型化繰返し方式がある。

6・2 パラメータ方式による処理とその評価価格分析式

パラメータ方式とは，非線型式を構成している一部の変数を許容域内でいくつかの値にそれぞれ固定し，その格子点に対応する多くの線型計画問題を解き，それらの解の中から目的関数の値が最も小さくなるものを探そうという方式である。

6・1節のモデルの場合であれば，$y_B/y_X = y_{MB}$ の y_{MB} をパラメータとし，許容域 $MB_U \geq y_{MB} \geq MB_L$ 内で MB_1，MB_2，……，MB_K と固定し，各 MB_k ($k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ K$)に対する問題の解を求め，それらの中から目的関数の値が最小になっているものを選ぶ。y_{MB} の値を MB に固定すれば，この問題は以下のようになる。

制約条件	汎用ソフトウェアへの指示	Reduced cost
$L_i \leq x_i \leq U_i$	Bounded variable	π_{Xi}
$\sum x_i - y_X = 0$	等号指示	π_{YX}
$\sum a_i\cdot x_i - y_A = 0$	等号指示	π_{YA}

$\sum b_i \cdot x_i - y_B = 0$	等号指示	π_{YB}
$\sum c_i \cdot x_i - y_C = 0$	等号指示	π_{YC}
$y_R = S_R - CRD \cdot (MB - S_{MB})$	等号指示	π_{YR}
$y_A - Q \cdot y_R \geqq 0$	下限指示	π_Q
$y_B - MB \cdot y_X = 0$	Range 0の下限指示	π_{MBP}
$y_C - CA \cdot y_A \leqq 0$	上限指示	π_{CA}
$\sum v_i \cdot x_i + q \cdot y_C \rightarrow$ Min.		

このモデルについて各銘柄の属性，目的関数の係数，制約条件の reduced cost 間の関係は **Table 3** のようになる。これを使用すれば，評価の発生源までさかのぼった銘柄評価価格分析式として(11)式が得られる。

$$(\text{評価価格})_i = v_i - \pi_{X_i} = \pi_Q \cdot a_i + \pi_{MBP} \cdot (b_i - MB) - q \cdot c_i - \pi_{CA} \cdot (c_i - CA \cdot a_i) \quad \cdots\cdots\cdots (11)$$

6·3　線型化繰返し方式による処理とその評価価格分析式

非線型式を，それを構成している変数の近似値のまわりで線型化し，その線型計画問題を解く。次いでその非線型式を構成している変数の解の値を新しい近似値としてその線型計画問題を解く。この手順を，非線型式を構成している変数の近似値がその解の値に誤差の範囲で一致するまで繰返す。そしてそのようにして得られた線型計画問題の解を，最初の非線型計画問題の解とする。この方法が線型化繰返し方式である。

6·1節のモデルは $y_B/y_X = y_{MB}$ が非線型式であるから，これを構成している変数 (y_B, y_X, y_{MB}) の近似値 (y_{B_R}, y_{X_R}, y_{MB_R}) のまわりで，例えば Taylor 展開しその1次までの項をとるという形で線型化すれば，

$$-\frac{y_B}{y_{B_R}} + \frac{y_X}{y_{X_R}} + \frac{y_{MB}}{y_{MB_R}} = 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

が得られる。これを $y_B/y_X = y_{MB}$ の代わりに使うことにすれば最初のモデルは線型計画問題になるから解くことができる。汎用ソフトウェアへは等号指示をするものとし，reduced cost は π_{YMB_R} で表すものとする。

まず適当な近似値 (y_{B_0}, y_{X_0}, y_{MB_0}) を(12)式の (y_{B_R}, y_{X_R}, y_{MB_R}) に代入し，それを使用して線型計画問題を解く。その解の (y_B, y_X, y_{MB}) の値を (y_{B_1}, y_{X_1}, y_{MB_1}) とし，これを(12)式の (y_{B_R}, y_{X_R}, y_{MB_R}) に代入し，2回目の線型計画問題を解く。この手続きを，近似値として使用した第N回目の解における (y_B, y_X, y_{MB}) の値 (y_{B_N}, y_{X_N}, y_{MB_N}) が第 ($N+1$) 回目のそれらの値と誤差の範囲内で一致するまで繰返すことになる。

勿論線型化繰返し方式では，常に解が収束するとはかぎらず，発散状態，振動状態，固着状態になることがある。今，解は収束するものとして，

Table 3　Relations for reducing "the formula of evaluating price for each brand" on 6·1 example (by handling some variables as parameters)

Corresponding variable	Signed reduced cost												Relation	Coefficient of objective function
	π_{X1}	π_{X2}	···	π_{Xn}	$-\pi_{YX}$	$-\pi_{YA}$	$-\pi_{YB}$	$-\pi_{YC}$	$-\pi_{YR}$	π_Q	π_{MBP}	$-\pi_{CA}$		
x_1	1				1	a_1	b_1	c_1					=	v_1
x_2		1			1	a_2	b_2	c_2					=	v_2
⋮			⋱		⋮	⋮	⋮	⋮					⋮	⋮
x_n				1	1	a_n	b_n	c_n					=	v_n
y_X					−1						−MB		=	0
y_A						−1				1		−CA	=	0
y_B							−1				1		=	0
y_C								−1				1	=	q
y_R									1	$-Q$			=	0

このモデルの線型化繰返し方式により，評価の発生源までさかのぼった銘柄評価価格分析式を求めてみる。

6·1節のモデルにおいて $MB_U \geq y_{MB} \geq MB_L$ は range$(MB_U - MB_L)$の下限指示とし，その reduced cost を π_{MBR} とする他は 6·2節の汎用ソフトウェアへの指示，記号法に準ずるものとして，**Table 3** に対応する表をつくれば **Table 4** のようになる。そして **Table 4** の表す連立方程式より，定義式変数の reduced cost； π_{YX}, π_{YA}, π_{YB}, π_{YC}, π_{YMB_N}, π_{YR} を消去すれば，銘柄評価価格分析式として次式が得られる。

$$
\begin{aligned}
(\text{評価価格})_i &= v_i - \pi_{X_i} \\
&= \pi_Q \cdot a_i + \frac{\pi_Q \cdot CRD \cdot Q}{y_{X_N}}(b_i - y_{MB_N}) \\
&\quad + \frac{\pi_{MBR}}{y_{X_N}}(b_i - y_{MB_N}) - q \cdot c_i \\
&\quad - \pi_{CA}(c_i - CA \cdot a_i) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (13)
\end{aligned}
$$

特に $MB_U = MB_L = MB$ の場合については，$y_{MB_N} = MB$ であるから，評価価格分析式は次式で表される。

$$
\begin{aligned}
(\text{評価価格})_i &= v_i - \pi_{X_i} \\
&= \pi_Q \cdot a_i + \frac{\pi_Q \cdot CRD \cdot Q}{y_{X_N}}(b_i - MB) \\
&\quad + \frac{\pi_{MBR}}{y_{X_N}}(b_i - MB) - q \cdot c_i \\
&\quad - \pi_{CA} \cdot (c_i - CA \cdot a_i) \qquad \cdots\cdots (14)
\end{aligned}
$$

6·4 二つの評価価格分析式の比較と採用すべき処理法

$\sum b_i x_i / \sum x_i$ の値を MB に固定した二つの銘柄評価価格分析式 (11) 式と (14) 式を比較すると，銘柄の属性 b_i についての評価の部分のみが異なっている。すなわちパラメータ方式による場合は，(15)式のように一つの項だけから構成されているのに対し，線型化繰返し方式による場合は，(16)式のように二つの項に分解されて表現されている。

$$\pi_{MBP} \cdot (b_i - MB) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\pi_Q \cdot CRD \cdot Q}{y_{X_N}}(b_i - MB) \\
&\quad + \frac{\pi_{MBR}}{y_{X_N}}(b_i - MB) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (16)
\end{aligned}
$$

6·1節の元のモデルにおいては $\sum b_i x_i / \sum x_i = y_{MB}$ が増加すれば y_R したがって $Q \cdot y_R$ が減少し，$\sum a_i x_i$ の量に影響を与え総コストに影響を及ぼす。また $MB_U \geq \sum b_i x_i / \sum x_i \geq MB_L$ （今は $MB_U = MB_L = MB$）という品位制約により，その確保のために費用がかかる。これらが各銘柄の属性 b_i の評価の発生源である。しかしパラメータ方式による処理法で

Table 4 Relations for reducing "the formula of evaluating price for each brand" on 6·1 example (by linearizing and repeating computation)

Corresponding variable	Signed reduced cost													Relation	Coefficient of objective function
	π_{X1}	π_{X2}	…	π_{X_n}	$-\pi_{YX}$	$-\pi_{YA}$	$-\pi_{YB}$	$-\pi_{YC}$	$-\pi_{YMB_N}$	$-\pi_{YR}$	π_Q	π_{MBR}	$-\pi_{CA}$		
x_1	1				1	a_1	b_1	c_1						=	v_1
x_2		1			1	a_2	b_2	c_2						=	v_2
⋮			⋱		⋮	⋮	⋮	⋮						⋮	⋮
x_n				1	1	a_n	b_n	c_n						=	v_n
y_X					1				$\frac{1}{y_{X_N}}$					=	0
y_A						-1					1		$-CA$	=	0
y_B							-1		$\frac{1}{y_{B_N}}$					=	0
y_C								-1					1	=	q
y_{MB}									$\frac{1}{y_{MB_N}}$	CRD		1		=	0
y_R										1	$-Q$			=	0

では，$\sum b_i x_i/\sum x_i$＝MBとし，y_{MB} という変数は存在させることができず，y_R は S_R CRD･(MB − S_{MB}) という一定値をとる定数になる。したがって (15) 式は，$\sum b_i x_i/\sum x_i - y_{MB}$ が変化しても y_R は変化しないとしたときの，$\sum b_i x_i/\sum x_i$ の一定水準確保に関する銘柄属性 b_i の評価部分を表していることになる。これに対して (16) 式の第1項は，y_{MB} の y_R に及ぼす影響についての銘柄属性 b_i の評価部分を表し，第2項は，y_{MB} の y_R に及ぼす影響を考慮したときの，$\sum b_i x_i/\sum x_i$ の一定水準確保についての銘柄属性 b_i の評価部分を表している。結局，線型化繰返し方式の評価価格分析式では，元の非線型モデルにおける銘柄評価を，その発生源へ完全に分解して表現できるが，パラメータ方式では発生源への分解が不完全である。

次に，上記の事柄と深い関係のある，パラメータ方式の場合の $\sum b_i x_i - \mathrm{MB}\cdot\sum x_i = 0$ の reduced cost π_{MBP} と線型化繰返し方式の場合の y_{MB}=MB の reduced cost π_{MBR} の性格を検討しておく。本来ある制約条件の reduced cost は，他の制約条件はそのままにして，着目している制約条件の定数項をある範囲で増加させた場合の増加単位量あたりの目的関数の増加額であった。パラメータ方式の場合で言えば，上記制約条件を $\sum b_i x_i - \mathrm{MB}\cdot\sum x_i = 1$ あるいは，$\sum b_i x_i - (\mathrm{MB} + 1/\sum x_i) \times \sum x_i = 0$ とかえたときの目的関数の増加額を意味する。このように制約条件を変化させれば，6･1節の元のモデルでは，それが単独で総コストを表す目的関数の値を変化させるのみならず，$\sum b_i x_i/\sum x_i = y_{MB}$ の値が変化するから y_R の値が変化するというプロセスを通して間接的に総コストに影響を与えるはずである。しかしパラメータ方式ではこのプロセスは存在しない。したがって π_{MBP} は，パラメータ方式という枠内では $\sum b_i x_i - \mathrm{MB} \times \sum x_i = 0$ という制約の正当な reduced cost を表すが，元のモデルに戻って考えれば不適切な reduced cost になっている訳である。これに対し，線型化繰返し方式の場合は，y_{MB} が変化すれば y_R が変化するモデル構造になっており，y_{MB}=MB という制約条件の reduced cost は，元のモデルに戻して考えても適切な reduced cost になっている。なお $\sum b_i x_i/\sum x_i$＝MB という制約条件で考えれば，π_{MBP} は $\sum b_i x_i/\sum x_i = \mathrm{MB} + 1/\sum x_i$ としたときの目的関数の増加額であるのに対し，π_{MBR} は $\sum b_i x_i/\sum x_i$＝MB＋1 としたときの目的関数の増加額になっていることに注意する必要がある。

両方式での銘柄別較差価格 π_{X_i} を考えてみると同じ問題を異なった方式で取扱っているだけであるから，両方式による π_{X_i} の値は一致する。銘柄別評価価格 $(v_i - \pi_{X_i})$ の値も一致するのはもちろんである。したがって両方式での π_Q, π_{CA} は一致し，また (17) 式が成立する。

$$\pi_{MBP} = \frac{\pi_Q\cdot \mathrm{CRD}\cdot Q}{y_{X_N}} + \frac{\pi_{MBR}}{y_{X_N}} \qquad \cdots(17)$$

パラメータ方式で問題を解けば，π_{MBP} はもちろん，y_{X_N} もその最適解 x_i の総和 $\sum x_i$ として得られるから (17) 式を使用して，π_{MBR} を求めることができる。このように，線型化繰返し方式での評価価格分析式を事前に理論的に算定しておきさえすれば，パラメータ方式で処理した解の情報を使用することにより，線型化繰返し方式での評価価格分析式に必要なすべての係数の数値を確定することができる。

一般に，線型化繰返し方式ではモデルの解が常に安定して得られるとはかぎらないが，パラメータ方式についてはこの点を全然問題にしなくてもよい。一方線型化繰返し方式による評価価格分析式は，銘柄評価について，完全な情報を与えてくれるが，パラメータ方式のそれは不完全である。しかしパラメータ方式での処理結果の情報を使用すれば，線型化繰返し方式による評価価格分析式を構成しているすべての係数値を確定することができる。したがって非線型部分を含む原料購入計画問題に対するコンピュータ・システム設計にあたっては，最適解とそれに関連する情報を得るための処理としてはパラメータ方式を使い，銘柄評価価格分析式の算定には，線型化繰返し方式を使い，前者の情報を使用して後者を確定するという処理が効果的である。

なお非線型計画問題の求解法については，種々の方式が提案されていると共に現在なお研究開発が進められている。それらの方式を使用せざるを得ない場合が発生しても，上記の銘柄評価価格分析式を算出する方法は一般性を失わない。すなわち何らかの方式で求められた解を使用して，もう一度パラメータ方式で処理し，その情報を使用して

線型化繰返し方式の評価価格分析式の係数値を確定するという処理手順をふむことにより，常に銘柄評価価格分析式を得ることができるからである。

7. 工場配分を考慮したモデルの取扱い

今までの原料購入問題のモデルにおいては，原料使用工場はただ一つであるとしてきた。原料使用工場が一つである場合，二つ以上あっても各工場での使用条件が変わらない場合，各工場での使用条件は異なっているが，制約条件等を何らかの量により加重平均するなどしてあたかも一つの原料使用工場しかないように精度よくモデル化できる場合はこれでよい。ただ一つの原料使用工場しかないようにモデル化すると，現実に対する近似度が極端に悪くなるような場合は，工場配分変数を使用し，工場別に原料使用条件等を設定するという取扱いが必要になる。この章ではこういう場合の銘柄評価価格分析式について検討する。

工場配分を考慮した原料購入問題の一般性を失わないミニチュア版は以下のような形をしたものである。

(1) 銘柄別購入量上，下限制約

$$L_i \leqq x_i \leqq U_i ;\quad i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n$$

(2) 銘柄別購入量間制約

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \geqq A$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} b_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} c_i x_i} \leqq \mathrm{BC}$$

(3) 工場配分変数定義制約

$$x_i = x_{i1} + x_{i2}$$

(4) 工場別原料使用制約

第1工場	第2工場
$L_{i1} \leqq x_{i1} \leqq U_{i1}$	$L_{i2} \leqq x_{i2} \leqq U_{i2}$
$\sum_{i=1}^{n} d_{i1}\cdot x_{i1} \geqq D_1$	$\sum_{i=1}^{n} d_{i2}\cdot x_{i2} \geqq D_2$
$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} e_{i1}\cdot x_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} f_{i1}\cdot x_{i1}} \geqq \mathrm{EF}_1$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} e_{i2}\cdot x_{i2}}{\sum_{i=1}^{n} f_{i2}\cdot x_{i2}} \geqq \mathrm{EF}_2$

(5) 工場間原料使用条件バランス

$$B_{\mathrm{L}} \leqq \frac{\sum_{i=1}^{n} g_{i1}\cdot x_{i1}}{H_1} - \frac{\sum_{i=1}^{n} g_{i2}\cdot x_{i2}}{H_2} \leqq B_{\mathrm{U}}$$

(6) 目的関数

$$\sum_{i=1}^{n} v_i x_i + \sum_{i=1}^{n} v_{i1}\cdot x_i + \sum_{i=1}^{n} v_{i2}\cdot x_{i2} \rightarrow \mathrm{Min.}$$

実際にコンピュータによって解析される場合には以下のように取扱われるものとする。

制約条件	汎用ソフトウェアへの指示	Reduced cost
$L_i \leqq x_i \leqq U_i$	Bounded variable	$\pi_{\mathrm{X}i}$
$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \geqq A$	下限指示	π_{A}
$\sum_{i=1}^{n} (b_i - \mathrm{BC}\cdot c_i) x_i \leqq 0$	上限指示	π_{BC}
$x_i - x_{i1} - x_{i2} = 0$	等号指示	$\pi_{\mathrm{D}i}$
$L_{i1} \leqq x_{i1} \leqq U_{i1}$	Bounded variable	$\pi_{\mathrm{X}i1}$
$\sum_{i=1}^{n} d_{i1}\cdot x_{i1} \geqq D_1$	下限指示	$\pi_{\mathrm{D}1}$
$\sum_{i=1}^{n} (e_{i1} - \mathrm{EF}_1\cdot f_{i1})\cdot x_{i1} \geqq 0$	下限指示	$\pi_{\mathrm{EF}1}$
$L_{i2} \leqq x_{i2} \leqq U_{i2}$	Bounded variable	$\pi_{\mathrm{X}i2}$
$\sum_{i=1}^{n} d_{i2}\cdot x_{i2} \geqq D_2$	下限指示	$\pi_{\mathrm{D}2}$
$\sum_{i=1}^{n} (e_{i2} - \mathrm{EF}_2\cdot f_{i2})\cdot x_{i2} \geqq 0$	下限指示	$\pi_{\mathrm{EF}2}$
$B_{\mathrm{L}} \leqq \sum_{i=1}^{n} \frac{g_{i1}}{H_1}\cdot x_{i1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{g_{i2}}{H_2} x_{i2} \leqq B_{\mathrm{U}}$	Range付下限指示	π_{B}

$$\sum_{i=1}^{n} v_i\cdot x_i + \sum_{i=1}^{n} v_{i1}\cdot x_{i1} + \sum_{i=1}^{n} v_{i2}\cdot x_{i2} \rightarrow \mathrm{Min.}$$

そうすると銘柄評価価格分析式を導き出すための reduced cost 間の関係式は，**Table 5** に示すとおりになる。

これらの関係式より $\pi_{\mathrm{D}i}$ を消去すると以下の 2 式が得られる。

$$\begin{aligned} v_i - \pi_{\mathrm{X}i} = {} & \pi_{\mathrm{A}}\cdot a_i - \pi_{\mathrm{BC}}\cdot(b_i - \mathrm{BC}\cdot c_i) \\ & - v_{i1} + \pi_{\mathrm{X}i1} + \pi_{\mathrm{D}1}\cdot d_{i1} \\ & + \pi_{\mathrm{EF}1}\cdot(e_{i1} - \mathrm{EF}_1\cdot f_{i1}) \\ & + \pi_{\mathrm{B}} \frac{g_{i1}}{H_1} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_i - \pi_{\mathrm{X}i} = {} & \pi_{\mathrm{A}}\cdot a_i - \pi_{\mathrm{BC}}\cdot(b_i - \mathrm{BC}\cdot c_i) \\ & - v_{i2} + \pi_{\mathrm{X}i2} + \pi_{\mathrm{D}2}\cdot d_{i2} \\ & + \pi_{\mathrm{EF}2}\cdot(e_{i2} - \mathrm{EF}_2\cdot f_{i2}) \\ & - \pi_{\mathrm{B}} \frac{g_{i2}}{H_2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18.2) \end{aligned}$$

そしてこれらの (18.1), (18.2) 式はそれぞれ，第 1 工場，第 2 工場における銘柄評価価格分析式を表していると考えられる。このように工場配分を

Table 5　Relations for reducing "the formula of evaluating price for each brand" on the model where the distribution of row to many works is considered

Corresponding variable	Signed reduced cost											Relation	Coefficient of objective function
	π_{Xi}	π_{A}	$-\pi_{BC}$	$-\pi_{Di}$	π_{Xi1}	π_{D1}	π_{EF1}	π_{Xi2}	π_{D2}	π_{EF2}	π_{B}		
x_i	1	a_i	$\frac{b_i}{BC \cdot c_i}$	1								=	v_i
x_{i1}				1	1	d_{i1}	$\frac{e_{i1}}{EF_1 \cdot f_{i1}}$				$\frac{g_{i1}}{H_1}$	=	v_{i1}
x_{i2}				-1				1	d_{i2}	$\frac{e_{i2}}{EF_2 \cdot f_{i2}}$	$\frac{g_{i2}}{H_2}$	=	v_{i2}

考慮した原料購入計画モデルにおいては，各銘柄の較差価格，評価価格には，工場別という概念はないかあるいはなくすことができるが，評価価格分析式の方は工場別につくられることになる。

8．おわりに

以上，原料の需給市場を総合的に考慮したときの銘柄評価価格を，銘柄選択問題の検討から得られる種々の情報を使用し，各銘柄のもっている各種属性により表現し，分析するための方法論とその周辺について論述した。これらの開発技術はすでに，当社の原料炭，鉄鉱石の購入計画策定システムに組込まれ，銘柄評価面・価格契約交渉面に対する質の良い情報を，銘柄選択面等の情報と共に提供し効果的に活用されている。

なお，線型計画法については，最も利用されているO.R./M.S.の技法になっているにもかかわらず，その双対形式については，理論的興味と解釈，計算処理効率をあげる方法，部分的情報把握程度にしか焦点があてられていなかったように思われる。実際問題に対する双対形式の利用を主役に浮び上らせた当技術の方向は，企業における線型計画法を使用した課題検討に対する提供情報の範囲を大きく広げて行くものと考えられる。

参考文献

1) Robert Dorfman, Paul A. Samuelson and Robert M. Solow: "Linear Programming and Economic Analysis", (1958), Chap. 3 and 7 〔Mc Graw Hill〕
2) OR事典編集委員会編：OR事典，(1975)，〔日科技連出版社〕