

川崎製鉄技報

KAWASAKI STEEL GIHO

Vol.8 (1976) No.1

---

極薄鋼板の冷間圧延における「チャタリング」現象の解析

An Analysis of "Chattering" in Cold Rolling for Ultra Thin Gauge Steel Strip

古川 九州男(Kusuo Furukawa) 鍵田 征雄(Ikuo Yarita) 清野 芳一(Yoshikazu Seino) 滝本 高史(Takafumi Takimoto) 中里 嘉夫(Yoshio Nakazato) 中川 吉左衛門(Kichizaemon Nakagawa) 福永 一郎(Ichiro Fukunaga)

---

要旨：

冷間総圧下率が 93～94%におよぶ極薄冷延鋼板の圧延中に発生するチャタリング現象に関し、実機ミル調査や圧延挙動の理論解析を行い、チャタリングの防止対策を検討した。本研究結果から、以下の事項が結論づけられた。(1)チャタリング発生中の板厚変動の周波数は、ロール系振動の第2次モードの固有振動数に一致する。したがって、圧延油の潤滑不良にともなう圧延状態の変動の周波数がロール系の第2次モードの固有振動数に一致するときにチャタリングが発生すると推定される。(2)チャタリング発生の引き金となる大きな要因は、圧延可能限界の近傍の圧延状態下における圧延油の潤滑不良である。これから、圧延油は乳化安定性や適正なエマルジョン粒径分布および高温・高圧下における十分な油膜強度が必要であることが判明した。(3)Zn系塩の有機金属系極圧剤を添加した潤滑性のすぐれた圧延油を開発することにより、チャタリングをほとんど防止することができた。

---

Synopsis：

An abnormal vibration, called "Chattering", often occurred in case of an extremely heavy cold rolling up to 93-94% total reduction. Practical and theoretical researches into this phenomenon at DCR mill have led to the following conclusions and to the establishment of preventive techniques. (1) The fluctuations in strip thickness during Chattering corresponds to the second mode intrinsic oscillation frequency in the roll alignment. Therefore, Chattering may occur in case the frequency of fluctuations in the rolling condition caused by poor lubrication coincides with the said intrinsic frequency. (2) Chattering arises from degenerated ability of lubricant under aforesaid severe situation. Particle size distribution, stability of emulsion and oil film strength under high pressure should be taken into consideration in the selection of rolling lubricants. (3) The new lubricant with the organo-metallic zinc compounds for EP additive makes it possible to prevent Chattering.

(c)JFE Steel Corporation, 2003

本文は次のページから閲覧できます。

# 極薄鋼板の冷間圧延における 「チャタリング」現象の解析

An Analysis of "Chattering" in Cold Rolling for Ultra Thin Gauge Steel Strip

古 川 九州男\*

Kusuo Furukawa

鎗 田 征 雄\*\*

Ikuo Yarita

清 野 芳 一\*\*\*

Yoshikazu Seino

滝 本 高 史\*\*\*\*

Takafumi Takimoto

中 里 嘉 夫\*\*\*\*\*

Yoshio Nakazato

中 川 吉左衛門\*\*\*\*\*

Kichizaemon Nakagawa

福 永 一 朗\*\*\*\*\*

Ichiro Fukunaga

## Synopsis :

An abnormal vibration, called "Chattering", often occurred in case of an extremely heavy cold rolling up to 93~94% total reduction. Practical and theoretical researches into this phenomenon at DCR mill have led to the following conclusions and to the establishment of preventive techniques.

- (1) The fluctuations in strip thickness during Chattering corresponds to the second mode intrinsic oscillation frequency in the roll alignment. Therefore, Chattering may occur in case the frequency of fluctuations in the rolling condition caused by poor lubrication coincides with the said intrinsic frequency.
- (2) Chattering arises from degenerated ability of lubricant under aforesaid severe situation. Particle size distribution, stability of emulsion and oil film strength under high pressure should be taken into consideration in the selection of rolling lubricants.
- (3) The new lubricant with the organo-metallic zinc compounds for EP additive makes it possible to prevent Chattering.

## 1. 緒 言

当社千葉製鉄所薄物冷間圧延用の DCR ミル

(double cold reduction mill) において、極薄冷延鋼板の圧延に際し、チャタリングと呼ばれる異常振動現象が多発した。これは、冷延における総圧下率が93~94%にもおよぶ非常に厳しい圧延状

\* 千葉製鉄所冷延部第1冷圧課課長

\*\*\* 技術研究所付

\*\*\*\*\* 本社人事部付副部長

\*\*\*\*\* 千葉製鉄所保全全部保全技術室課長

\*\* 技術研究所加工研究室

\*\*\*\* 千葉製鉄所保全全部保全技術室

\*\*\*\*\* 技術研究所加工研究室室長・工博

態にある場合に頻繁に観察され、一例として圧延速度が 800m/min の場合、70mm のピッチで目標板厚 0.16mm に対して  $\pm 25\%$  程度の板厚変動が生じ、ひどい場合にはコイルの破断にまで至り、不良製品の発生や圧延能率を著しく低下させる事態が生じた。筆者らは圧延材、圧延油、ロール、圧延機および圧延条件などの諸要因について調査するとともに、DCR ミルの圧延特性や極薄冷延鋼板の最適圧延条件などを圧延理論面から解析してきた。また、圧延の振動系についても理論的に検討を行ってきた。

これらの結果から、チャタリング現象は単に圧延材、圧延油および圧延機などの個々の単独の問題ではなく、圧延可能限界の近傍においてこれらが相互に関連し合い、圧延状態の不安定さと圧延の振動系とが互いに影響し合った複雑な圧延システムの問題であることが判明した<sup>1,2)</sup>。

本報告では、DCR ミルにおける圧延状況の調査をもとにチャタリングの発生機構を述べ、変形抵抗の高い極薄冷延鋼板の高圧下率圧延に対する圧延潤滑油の性質とチャタリングの防止対策につ

いて検討した結果を述べる。

## 2. チャタリングの発生状況

### 2.1 極薄冷延鋼板の圧延工程

DCR ミルにおける極薄冷延鋼板の冷間圧延は、Fig. 1 に示すような工程を経ている。このように、6 タンデム圧延開始から DCR 圧延終了まで冷延総圧下率 93~94% という高圧下率の圧延を行っている。DCR ミルにおける圧延スケジュールを Fig. 2 に示す。DCR ミルにおける圧延では、No. 2 スタンドの圧延が圧下率で約 30% と厳しい条件にある。なお、圧延油の条件は No. 1 スタンドから No. 3 スタンドまで牛脂系循環給油方式である。

### 2.2 板厚変動と表面性状

Photo. 1 はチャタリング発生材の表面写真を示したものである。圧延方向に直角に縞模様が発生しており、この白い部分は板厚が薄く、黒い部

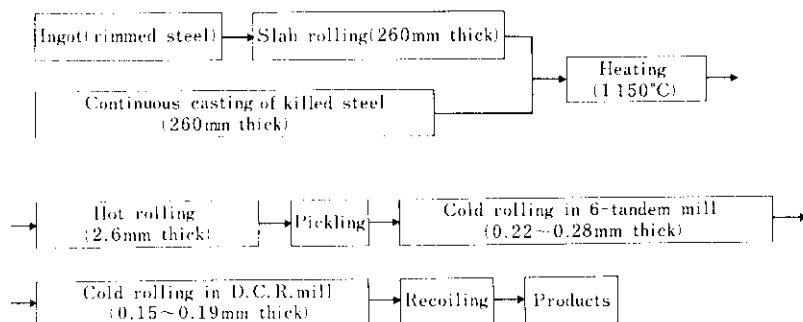


Fig. 1 Manufacturing process of ultra thin gauge strip

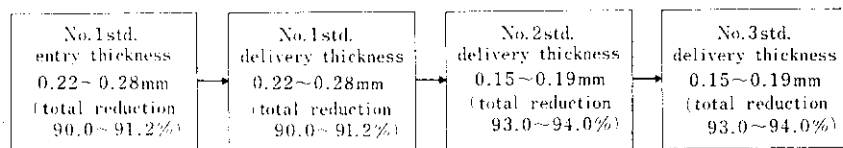


Fig. 2 Draught schedule of DCR mill for ultra thin gauge strip

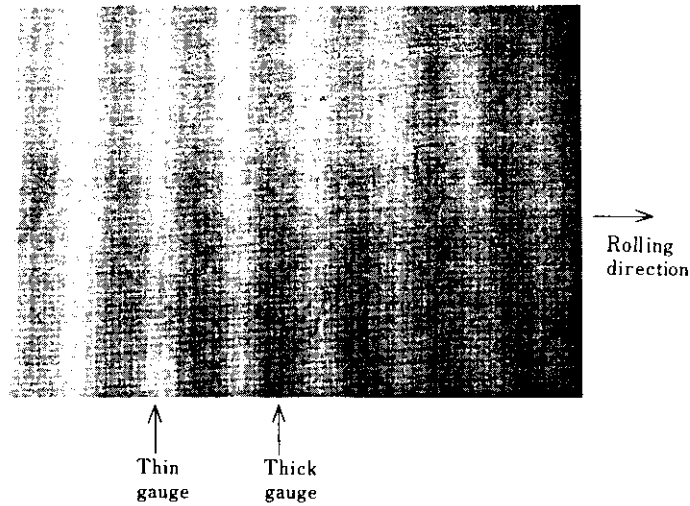


Photo. 1 Typical example of strip appearance when Chattering occurred

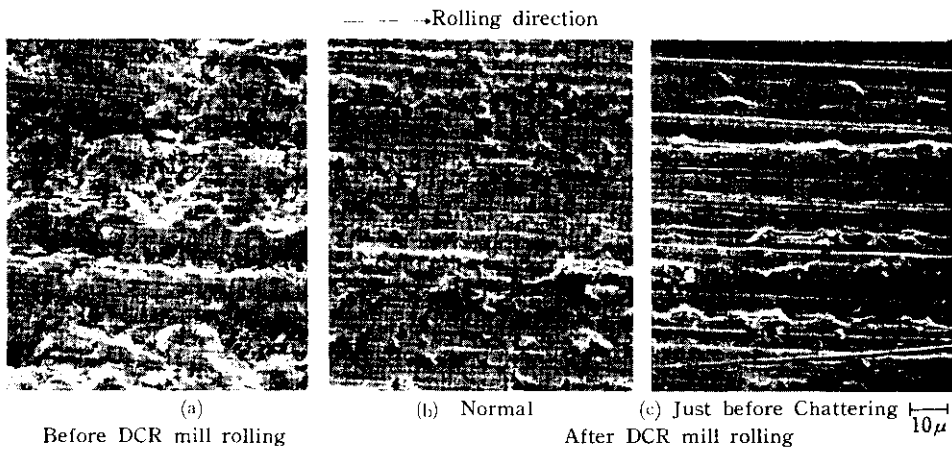


Photo. 2 Electron microscopic photographs of strip surface

分は厚くなっている。

**Photo. 2** は DCR ミルの入側および出側からサンプリングした圧延材表面の走査型電顕写真である。(a)は DCR ミルの入側材、(b)は DCR ミルの出側材で圧延が行われたもの、(c)は DCR ミルの出側材でチャタリングが発生する直前のものである。(a)ではオイルピットが多く観察され、前工程での圧延は油膜が多く存在し良好な潤滑性が保持されていることがわかる。(b)では、(a)に比べオイルピットは減少し、ロールと圧延材の金属接触によるすり疵が増加している。(c)では金属接触によ

るすり疵が(b)よりさらに多く、オイルピットは激減しており、ロールバイト内で圧延潤滑油膜がほとんど破断していることがわかる。このようにチャタリングが発生するときは、ロールバイト内での潤滑性が悪くなっている。

**Fig. 3** はチャタリング発生材の板厚変動の測定例を示したものである。これは強度のチャタリングが発生したときのものである。板厚変動のプロファイルはほぼ正弦曲線であり、設定板厚 0.16mm に対し、板厚は最大 0.21mm から最小 0.12mm に変動しており、そのピッチは 70mm 程度であ

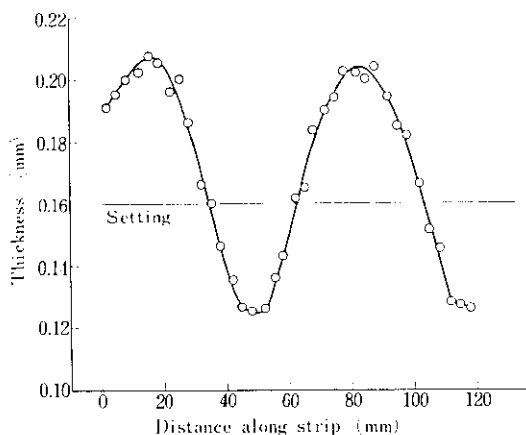


Fig. 3 Typical thickness profile when Chattering occurred

り、約 200Hz の周波数に相当する。Photo. 3 はこの場合の(a)最大板厚部と(b)最小板厚部における圧延材表面の走査型電顕写真で示したものである。(a)では、ロールと圧延材の金属接触によるすり疵が多く認められ、オイルピットは少ない。一方、(b)は金属接触によるすり疵は少なく、オイルピットが多く認められる。したがって、板厚が厚い部分では油膜がほとんど破断して、境界潤滑領域になっていると解釈される。また、板厚が薄い部分では油膜が多く存在している混合潤滑領域になっていると考えられる。

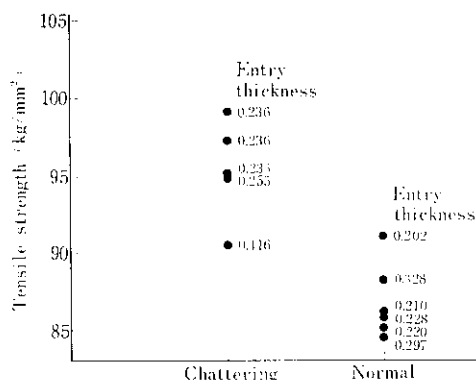


Fig. 4 Tensile strength of strip at entry of DCR mill

### 2.3 圧延材の変形抵抗とチャタリングの関係

Fig. 4はチャタリングが発生した場合と発生しない場合の DCR ミル圧延前の材料の引張強さを示したものである。チャタリングが発生した材料ではほとんど 95kg/mm<sup>2</sup> 以上に達しており、チャタリングが発生しない材料より 10kg/mm<sup>2</sup> 程度高い。

### 2.4 圧延油の潤滑性とチャタリングの関係

Fig. 5 は圧延油の性状、圧延状態およびチャタリングの発生状況の極端な場合の時間的な変化を示したものである。エマルジョンの平均粒径は時間とともに急激に大きくなっている。タンクの上

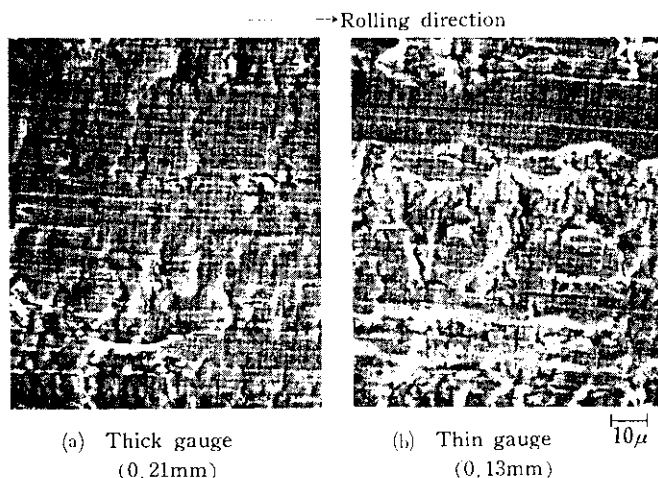


Photo. 3 Electron microscopic photographs of strip surface

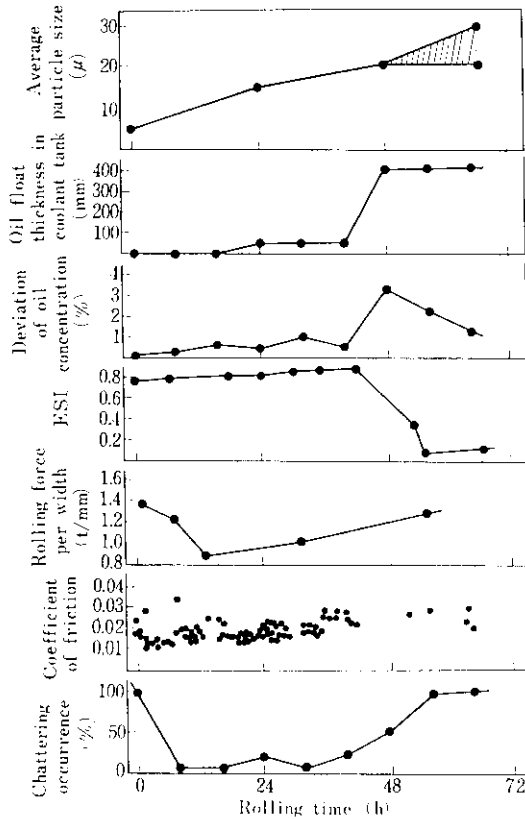
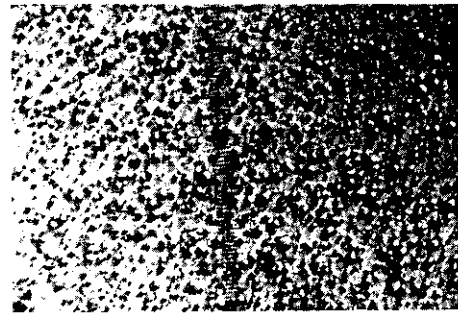


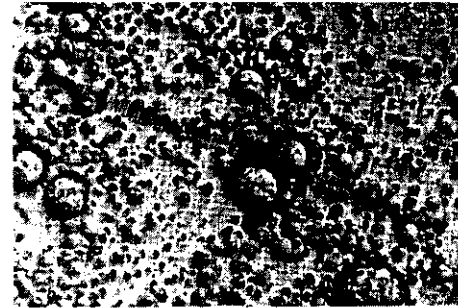
Fig. 5 Influence of lubricant characteristics on rolling behaviors and Chattering

層に浮上するオイルフロートの厚さは 40h 頃から急激に増加する。さらに、濃度のバラツキも 40h 頃から急増する。したがって、乳化安定性を示す E.S.I. (emulsion stability index) は 40h 頃から急激に低下する。

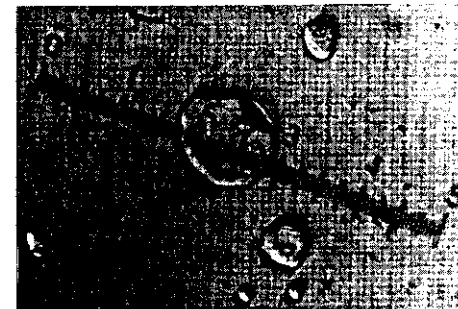
また、単位幅当りの圧延荷重や摩擦係数は、圧延油のメイクアップ直後で比較的高めでバラツキも大きく、8h ぐらいから低く安定し、40h 頃から再び高くなっている。チャタリングは圧延油のメイクアップ直後に多発し、それ以後ほとんど皆無となるが、圧延油の乳化不良が著しくなる 40h 頃からふたたび急激に多発する。圧延油のメイクアップ直後におけるチャタリングの多発は圧延油中の乳化剤により、タイトなエマルジョンが形成され、プレートアウト性の悪化による潤滑不良が原因であると考えられる。40h 頃から多発するチャタリングは乳化不良による潤滑不良が原因である。Photo. 4 は圧延油の乳化状態の



0h



24h



48h

10 $\mu$

Photo. 4 Microscopic photographs of emulsion particles

経時変化を顕微鏡により観察したものである。

そのほか、乳化は安定していても、高温、高圧下での圧延油の油膜強度が小さい場合にはチャタリングが発生している。

### 3. チャタリングの発生中の圧延挙動

前述のように、チャタリングは冷延での総圧下率が約94%と厳しい条件下で、圧延油の潤滑性が悪くなったときや、圧延材の変形抵抗が高いときおよび板厚が薄い場合に発生することから、DCR

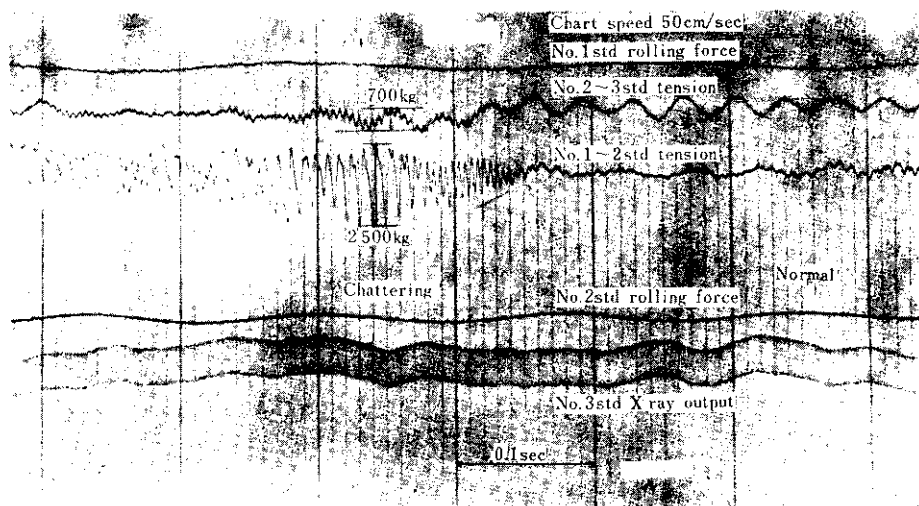


Fig. 6 The rolling behavior when Chattering occurred

ミルで発生するチャタリングは「圧延可能最小板厚限界の近傍の現象」であることが予想される。

本章では、上記の点やチャタリング発生中の摩擦係数や中立点の挙動等を操業データにもとづいて理論的に検討した。

### 3.1 圧延状態の変化

Fig. 6 は DCR ミルで強度のチャタリングが発生したときの圧延記録である。圧延状態としては No. 1, 2 スタンドの圧延荷重(油圧式荷重計による), No. 1~2 スタンド間, No. 2~3 間の張力, No. 3 スタンド出側の X 線厚み計の出力を記録したものである。正常な圧延が行われているときでは、圧延荷重は B.U.R. の偏心による 3~4 Hz の変動がおずかにみられるだけである。スタンド間張力にしても 20~30 Hz と 110 Hz 程度の小さな変動が認められるだけである。

チャタリングが発生しているときは、スタンド間張力の変動が大きく、その周波数は No. 1~2 間では 110 Hz と 200 Hz 程度であり、No. 2~3 間では 25 Hz の低周波の中に約 200 Hz の高周波が認められる。この周波数は板厚変動の周波数と一致する。なお、200 Hz の張力の変動波は No. 1~2 間と No. 2~3 間では位相が 180° ずれている。

圧延荷重は B.U.R. の偏心による小さな変動だ

けである。なお、圧延荷重は油圧式荷重計であり、高周波の変動には応答できないため、実際には大きく変化していることが予想される。張力についても実際にはもっと大きな変動があろう。

なお、チャタリングが発生し始めると巨視的にみて、No. 1~2 スタンド間, No. 2~3 スタンド間張力が急増するが、この原因を実機ミルにて検討してみた。圧延油供給バルブを開閉することにより、潤滑状態に変化を与えて張力の変化を調べてみたものである。Fig. 7 がその実験結果である。圧延油供給バルブが全開の場合に比べ、全閉にすると両張力は約 20% も増大する。このときに、圧延状態は圧延可能限界からはずれた領域に移動することが考えられる。したがって、チャタリング発生時の両スタンド間張力の急増は、潤滑性の悪化が原因であると考えられる。

### 3.2 圧延可能最小板厚限界

Fig. 8 に K. Tong & G. Sachs による圧延可能限界理論<sup>9)</sup>により、DCR ミル No. 2 スタンドにおける最小板厚と摩擦係数の関係を計算した結果を示す。ここで求める最小板厚とは入側板厚であり、入側板厚がこの計算値以上でないと所定の圧下率を得るための圧延は不可能であるという意味である。

No. 2 スタンドでの圧下率が約 30% であるの

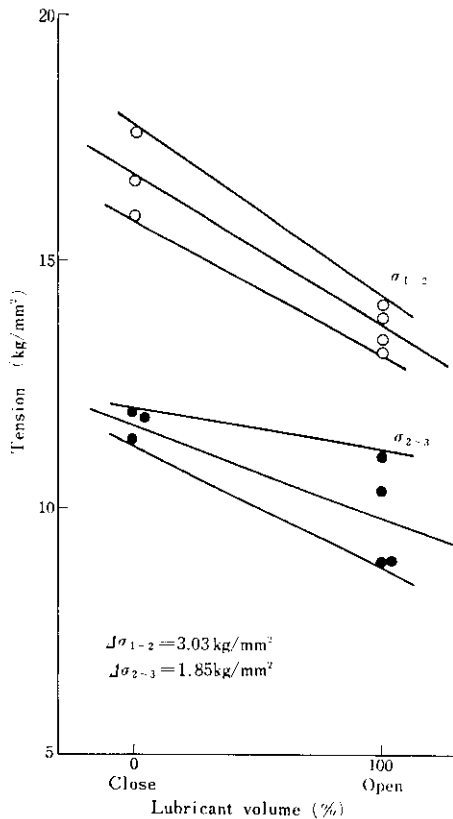


Fig. 7 Influences of lubricant volume on entry tension ( $\sigma_{1-2}$ ) and exit tension ( $\sigma_{2-3}$ )

で、ここでは30%と参考のため0%の場合について示す。30%圧下率の張力の補正をした圧延変形抵抗は85~100kg/mm<sup>2</sup>程度である。チャタリングが発生するような圧延材の入側板厚は0.23mm程度であるから、圧延中の潤滑状態は摩擦係数に

して0.023~0.026以下であることが必要となる。また、Fig. 9は最小板厚と変形抵抗(張力補正した値)の関係を示したものである。変形抵抗が大きくなるにしたがい、最小板厚は直線的に増大するが摩擦係数の影響よりは小さい。しかしながら変形抵抗が大きいと圧延圧力を高くする必要があり、そうすると圧延加工熱が大きくなる。そのためロールバイト内での温度が高くなり、潤滑性を悪くさせることにもなるので、直接的、間接的に圧延可能限界に影響する。

### 3.3 摩擦係数

Fig. 3とFig. 6をもとにして、最大板厚部と最小板厚部の摩擦係数および正常な圧延状態における摩擦係数をBland & Fordの圧延理論式<sup>4)</sup>により算出した。計算結果をFig. 10に示す。正常な圧延状態では摩擦係数は0.023を示している。この値はFig. 8に示した圧延可能限界の計算結果における30%圧延(0.23→0.16mm)を行ったときの限界摩擦係数に一致している。このことから、No. 2スタンドでの30%圧延は圧延可能限界ぎりぎりで行っていることがわかる。したがって、潤滑性不良の場合にはこの限界をはずれた圧延になることも想像される。

チャタリングが発生しているときの摩擦係数は、最大板厚部では0.042~0.049の範囲にあり、最小板厚部では0.015~0.019の範囲にある。これから板厚が薄い部分では潤滑状態が良好なことがわかり、Photo. 3に示した電顕写真結果とまったく一致した傾向にあることがわかる。なお、張

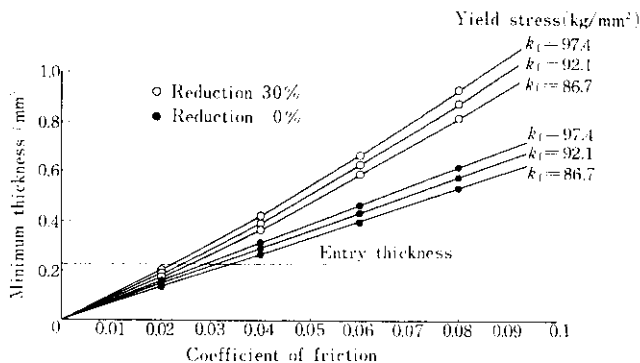


Fig. 8 Influences of coefficient of friction on minimum thickness (calculated by K. Tong & G. Sachs's theory)

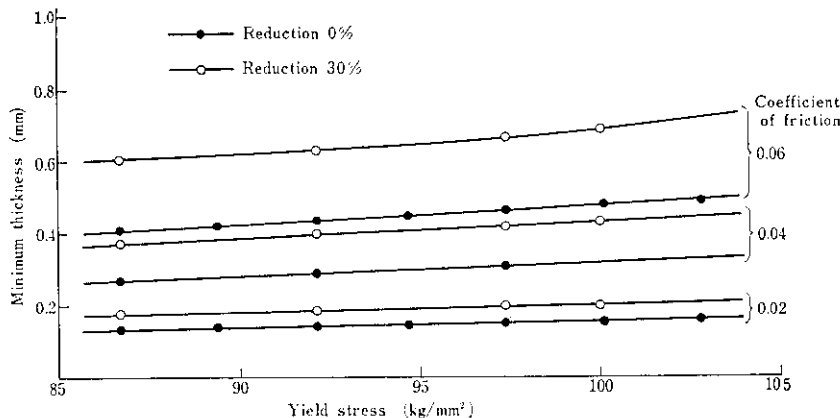


Fig. 9 Influences of yield stress on minimum thickness  
(calculated by K. Tong & G. Sachs's theory)

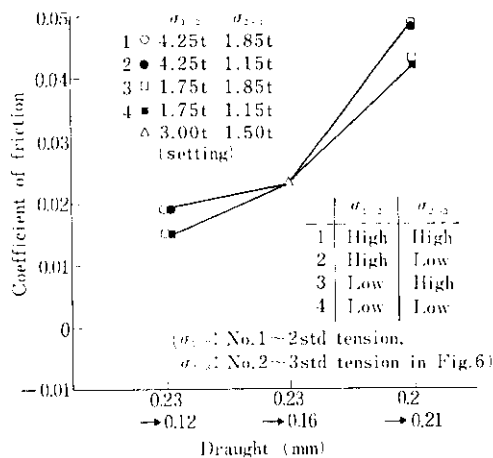


Fig. 10 Calculated results of coefficient of friction  
when Chattering occurred (by D.R. Bland  
& H. Ford's equation)

力変動が No. 1~2 スタンド間と No. 2~3 スタンド間では、 $180^\circ$ の位相のずれがあることから、Fig. 10 の2と3のどちらかが実際の圧延中の摩擦係数を示していることになる。

### 3.4 中立点の挙動

Trinks<sup>5)</sup>によると、チャタリングが発生すると摩擦係数や張力が刻々と変化し、それにつれて中立点が出口点から逸脱する現象があるということが報告されている。

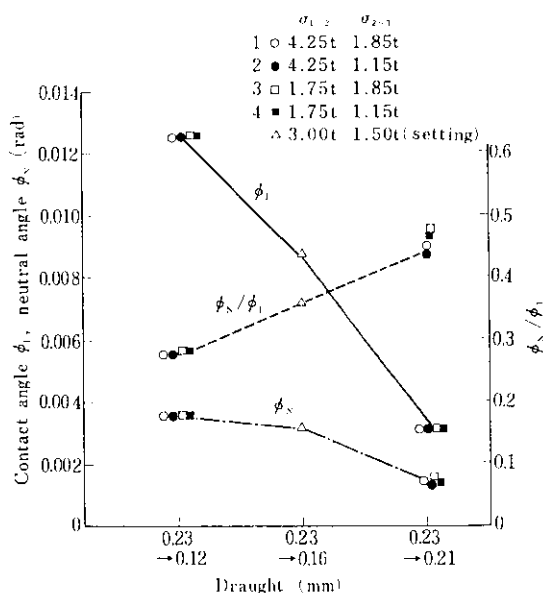


Fig. 11 Calculated results of contact angle  $\phi_1$ ,  
neutral angle  $\phi_N$  and  $\phi_N/\phi_1$  when  
Chattering occurred (by D.R. Bland &  
H. Ford's equation)

Bland & Ford の式<sup>4)</sup>から、Fig. 6 で得られた圧延挙動の変化を示した図をもとにチャタリング発生中の接触角  $\phi_1$ 、中立角  $\phi_N$  および  $\phi_N/\phi_1$  を算出し、その結果を Fig. 11 に示す。チャタリング発生中に板厚が薄いときには接触角も中立角も大きい。 $\phi_N/\phi_1$  は板厚が厚いほうが大きくなる。す

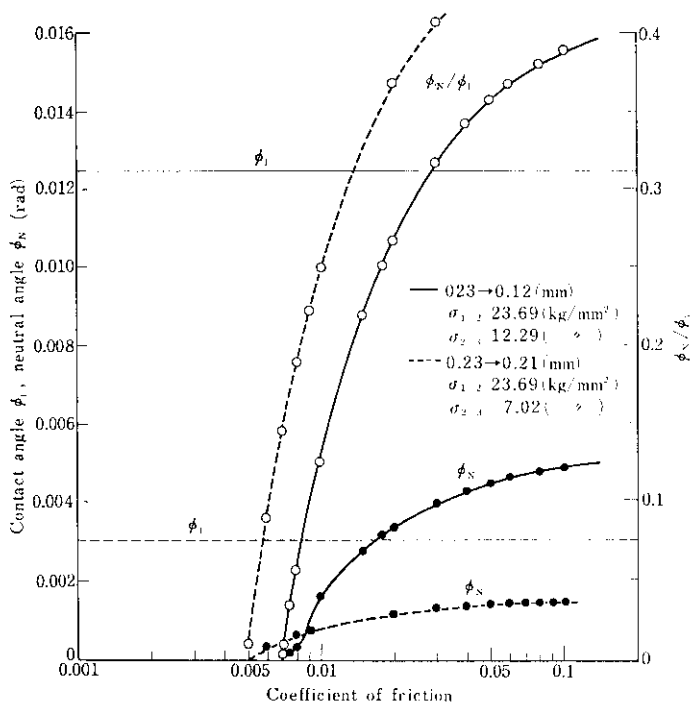


Fig. 12 Influences of coefficient of friction on contact angle  $\phi_1$ , neutral angle  $\phi_N$  and  $\phi_N/\phi_1$  (calculated by D.R. Bland & H. Ford's equation)

なわち、チャタリング発生中に板厚が厚いときは中立点は相対的に入口側に移動し、板厚が薄いときには出口側に移ることがわかる。

Fig. 12 は Fig. 11 において中立点がもっとも入口点から逸脱しやすい No. 2 の場合に、摩擦係数の変化により中立点がどのように変化するか調べたものである。摩擦係数が大きくなるにつれて中立角はしだいに大きくなっていくが、その増分は徐々に減少している。したがって、中立点は摩擦係数の増大に伴ないしだいに入口側に移っていくが、通常考えられる潤滑状態では入口点から逸脱することはまずありえないことがわかる。また、摩擦係数が小さくなると急激に中立角は減少し、中立点が出口側に移動する。中立点が出口点から逸脱する限界摩擦係数は板厚が薄いときには 0.007 であり、厚いときには 0.005 である。板厚が薄く潤滑が良好なときに、Trinks が報告するように中立点が出口点から逸脱する可能性も考えられる。

### 3.5 圧延中における振動現象の解析

本節では、チャタリング発生中の板厚変動の周波数(約 200Hz)がどの振動系によるものか検討する。Fig. 6 に示された各種の圧延状態の変動の周波数をまとめたものが Table 1 である。なお、

Table 1 Frequencies of vibration on DCR mill rolling (from Fig. 6)

| Rolling condition |               | Normal         |                       | Chattering |                       |
|-------------------|---------------|----------------|-----------------------|------------|-----------------------|
| Item              | Stand         | Frequency      | Note                  | Frequency  | Note                  |
| Rolling           | No. 1 std     | 3.75 Hz        | Eccentricity of B.U.R | 3.75 Hz    | Eccentricity of B.U.R |
|                   | load          | No. 2 std      | 2.85 Hz               | 2.85 Hz    | Eccentricity of B.U.R |
|                   | No. 1 ~ 2 std | 18 Hz ~ 110 Hz | Vibration of strip    | 200 Hz     | Chattering            |
| Tension           | No. 2         | 25 Hz          | Vibration of strip    | 25 Hz      | Vibration of strip    |
|                   | ~ 3 std       |                |                       | 200 Hz     | Chattering            |

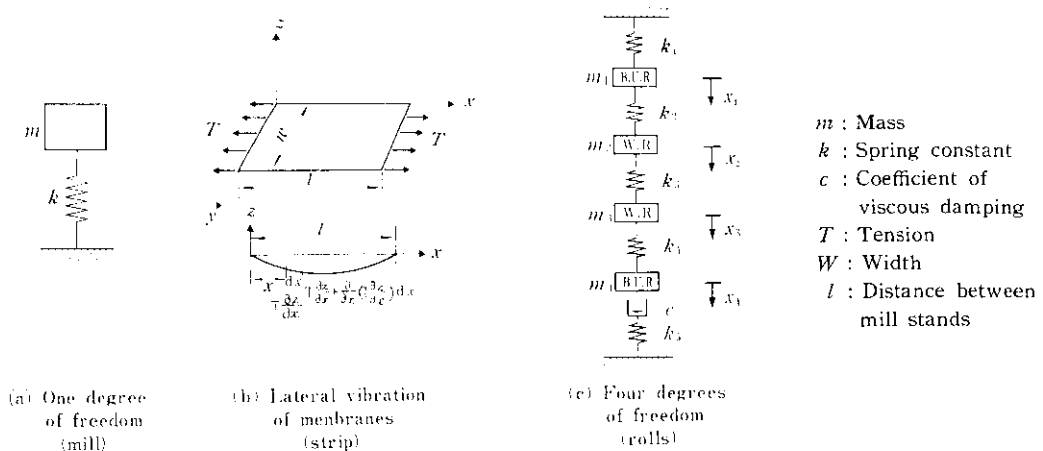


Fig. 13 Vibration analysis models

機械系のガタ等による強制振動については種々実験的に調査しており、チャタリング現象とは結びつかなかったのでここでは説明を省く。

Fig. 13 に各種振動系のモデルを示す。(a)は圧延機全体の振動で1自由度系振動モデル、(b)は圧延材の横振動で両端に張力が作用しているときの薄膜の横振動モデル、(c)はロール系の振動で4自由度振動系のモデルである<sup>6)</sup>(解析法の詳細は補遺参照)。

4自由度系モデルによるロール系の振動の固有振動数を Fig. 14 に示す。これは、ロールギャップ内でのバネ定数が影響してくるので、摩擦係数や変形抵抗など圧延条件により固有振動数が変化する。ここでは摩擦係数による影響を示した。

ここで、第2次モードは上 B.U.R. と W.R. は1体で、下 W.R. と B.U.R. が1体となり、上下のロールは互いに逆向き方向に振動する。固有振動数は摩擦係数の増大とともに小さくなるが、摩擦係数が 0.016~0.07 では 190~170Hz の範囲にある。チャタリングの振動数とこの第2次モードの振動数は非常に良く一致しており、振動パターンをみても上下 W.R. の振動方向が逆である

Table 2 Calculated results of natural frequencies by vibration analysis models (under normal rolling conditions)

| System                   | Model                       | Natural frequency |       |
|--------------------------|-----------------------------|-------------------|-------|
| Rolls<br>(B.U.R. & W.R.) | Four degree                 | 1st mode          | 115Hz |
|                          |                             | 2nd mode          | 180Hz |
|                          |                             | 3rd mode          | 405Hz |
|                          |                             | 4th mode          | 830Hz |
| Strip                    | Lateral vibration membranes | No. 1~2std        | 22Hz  |
|                          |                             | No. 2~3std        | 23Hz  |

ことを考えると、チャタリングはロール系の振動の第2次モードが支配的であると推定される。

Table 2 に標準圧延条件における固有振動数の計算結果を示す。

#### 4. 圧延油に関する考察とチャタリング防止対策

##### 4.1 チャタリング発生機構の推定

3.2 に示したように、圧延可能最小板厚限界に

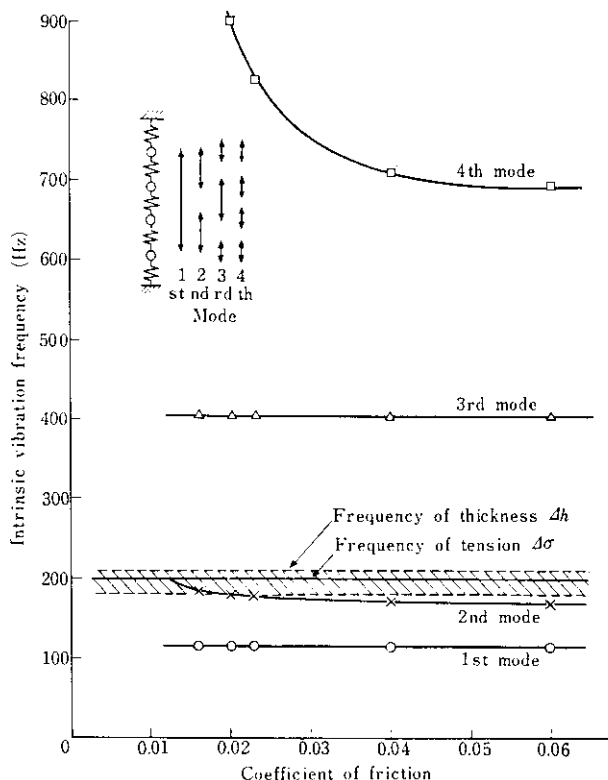


Fig. 14 Relation between coefficient of friction and natural frequencies  
(calculated by vibration analysis on 4 degrees of freedom)

近い圧延を行うときに、圧延油の乳化タイトや乳化不良および高温・高圧力下での油膜厚みや強度が不足すると、ロールバイト内での潤滑状態は混合潤滑から境界潤滑に移行し、摩擦係数を増大させる。Photo. 3 や Fig. 10 から、チャタリング発生中にロールバイト内では潤滑状態が刻々と変化していることがわかった。

圧延材とロールのなす噛み込み角は、幾何学的な関係からほぼ接触角に等しくなる。噛み込み角の変動による油膜厚さの変動は水野の提案する次式<sup>7)</sup>から推定される。

$$t_d = \frac{\eta(V_R + V_S)}{\alpha p} \quad (1)$$

ここで、

|                  |                     |
|------------------|---------------------|
| $t_d$ : 油膜厚さ     | $\eta$ : 圧延油の動粘度    |
| $V_R$ : ロール周速度   | $V_S$ : 圧延材の速度      |
| $\alpha$ : 噛み込み角 | $p$ : ロールギャップ内の圧力分布 |

Fig. 11 から、接触角は板厚が薄いときには厚いときの4倍以上になるので、噛み込み角も同程度の違いが生じてくる。また、圧延圧力は J.M. Alexander の解析法<sup>8)</sup>を用いて計算すると、最大圧延圧力点では板厚が厚いときは薄いときより1.3倍程度高くなるだけである<sup>9)</sup>。したがって、油膜厚さには噛み込み角の影響が大きい。たとえば、摩擦係数が増大し圧下量が小さくなると噛み込み角が小さくなり、つぎの瞬間にはロールバイト内では油膜が厚くなり摩擦係数が再び減少する。このような圧延挙動の変化にともなう摩擦係数の自己回復過程が、チャタリングの発生するごく初期に起こることが予想される。これを図示したものが Fig. 15 である。

これにより、出口板厚の増大から減少に至る圧延状態の変動のサイクルが形成される。この周波数がロール系の振動の第2次モードの固有振動数に一致するようになるときに、圧延エネルギーの一部

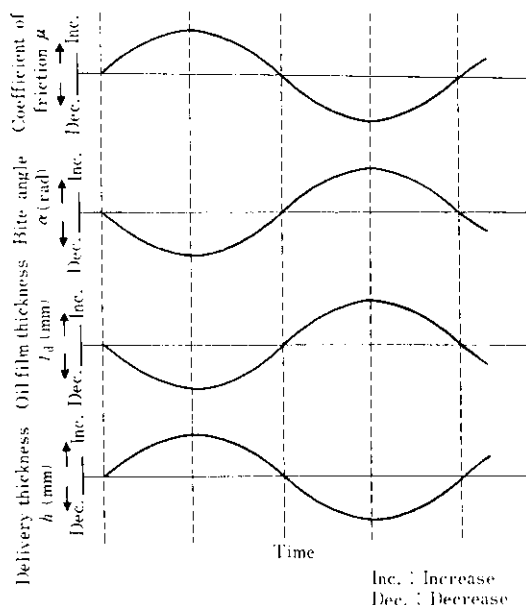


Fig. 15 Schematic diagram for rolling behavior in roll bite

が振動エネルギーとして効果的に供給され、ロール系の振動変位がしだいに大きくなり発振していく。この振動の成長と持続の過程がチャタリング現象であると推論される。したがって、チャタリングを発生させるトリガーの要因となるのは圧延油の潤滑不良である。

#### 4.2 圧延油の潤滑性を低下させる要因

圧延油はタンク内で攪拌により均一に分散され、ポンプおよびノズルのせん断効果により均一なエマルジョンとなり、圧延板の表面に噴射される。こうしてエマルジョンの油分が分離し、板面に吸着される。これと、ロールおよび圧延材の動水力学的な引き込み効果 (wedge effect) によりロールバイト内に引き込まれる油分とが重畳して、ロール、圧延材間の潤滑が行われる。したがって、圧延油の潤滑性を低下させる要因としては次の3点が考えられる。

- (1) 乳化状態の不安定 (Photo. 4, Fig. 5 参照)
- (2) プレートアウト性の不足
- (3) 油膜強度の不足

(1)についてはすでに述べたとおりであり、(2), (3)について以下に述べる。

Fig. 16 にエマルジョンの粒径分布と単位幅当りの圧延荷重との関係を示す。エマルジョン粒径は市販のコールドターカウンターにより、ポンプ出側からサンプリングした圧延油を測定したものである。エマルジョン粒径分布とは体積占有率の分布である。エマルジョン粒径分布曲線のピークが右(粒径が大きいほう)に移行するほど単位幅当りの圧延荷重は小さくなる。エマルジョン粒径分布を表現する定量的指標として、EDPI (emulsion distribution profile index) を(2)式のように定義する。

$$\text{EDPI} = \frac{\text{粒径 } 5 \sim 10 \mu\text{における占有率相当面積}}{\text{粒径 } 1 \sim 5 \mu\text{における占有率相当面積}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

これは、EDPI が大きいほどエマルジョンは粒径の大きいものの占める割合が大きいことを意味し、一般的にはソフトなエマルジョンとなり、油分が分離しやすくなる。

筆者らは、実機ミルにおける EDPI と圧延荷重を調査した結果、Fig. 17 に示すような関係を得た。EDPI が大きいほど単位幅当りの圧延荷重が減少している。これは、Fig. 18 に示す EDPI と圧延材表面の付着油量のラボテスト結果からわかるように、プレートアウト性が向上して圧延材表面への油の付着量が多くなったためである。したがって、付着油量は EDPI を指標として制御することができる。EDPI が小さくなると、付着

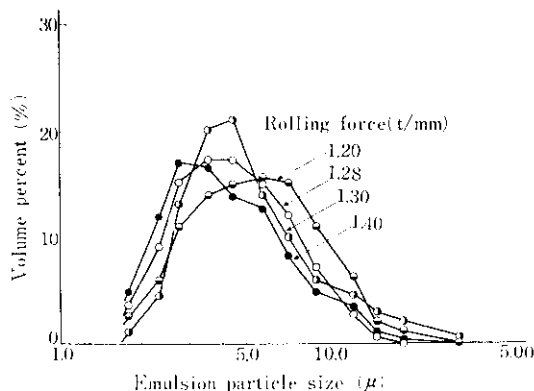


Fig. 16 Effect of emulsion particle size distribution (at pump exit side) on rolling force

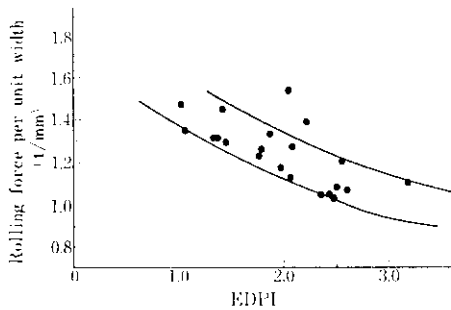


Fig. 17 Effect of EDPI (emulsion distribution profile index) on rolling force

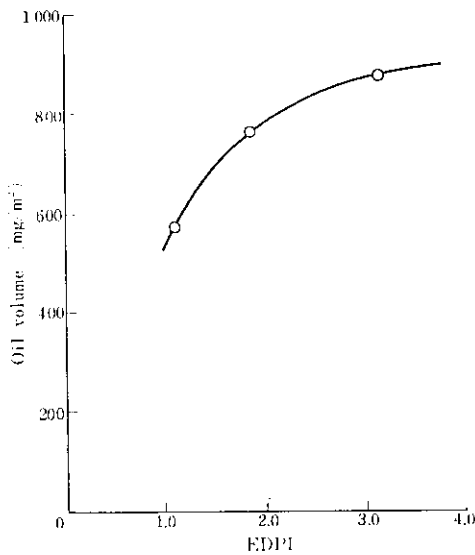


Fig. 18 Effect of EDPI on oil volume on strip surface (laboratory test results)

量が減少し、単位幅当りの圧延荷重が増大する。これにより、ロールバイト内の油膜の被覆率は低下し、わずかな圧延条件の変動にともない、境界潤滑へ移行しやすくなり潤滑性の低下をもたらすと考えられる。

境界潤滑状態における潤滑性に関する F.P. Bowder & D. Tabor の(3)式<sup>9)</sup>によると、圧延油の役割は  $\alpha_0$  と  $S_i$  の値を小さくし、摩擦抵抗を減少させることである。

$$F = A [\alpha_0 S_m + (1 - \alpha_0) S_i] \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、 $F$ : 摩擦抵抗

$A$ : 荷重支持面積

$\alpha_0$ : 膜の破断面積の割合

$S_m$ : 金属対金属接触結合部のせん断強さ

$S_i$ : 潤滑膜のせん断強さ

潤滑状態が流体潤滑から境界潤滑さらに極圧潤滑へと苛酷になるにしたがい、高温・高圧により油膜の分子配列が乱され、ついには表面被覆能力を失なう。この状態では  $\alpha_0$  の増大により摩擦抵抗が急増し、潤滑性を低下させる。

#### 4.3 圧延油によるチャタリングの防止

以上述べたように、チャタリングを防止するには圧延油の潤滑性の低下を防止することが必要となる。

##### 4.3.1 エマルジョン粒径の適性値制御

乳化安定性とプレートアウト性の変化は、いずれもエマルジョン粒子の挙動を別の面から表現したものである。これらを考慮すると、エマルジョン粒径の最適範囲が存在すると考えられる。その範囲を下まわればプレートアウト性の不足により潤滑性を低下させる。上まわれば乳化不安定による潤滑性の変動をおこす。エマルジョン粒径の制御は、圧延油中の乳化剤の添加量を変化させることにより可能である。Fig. 19 に乳化剤の添加量と

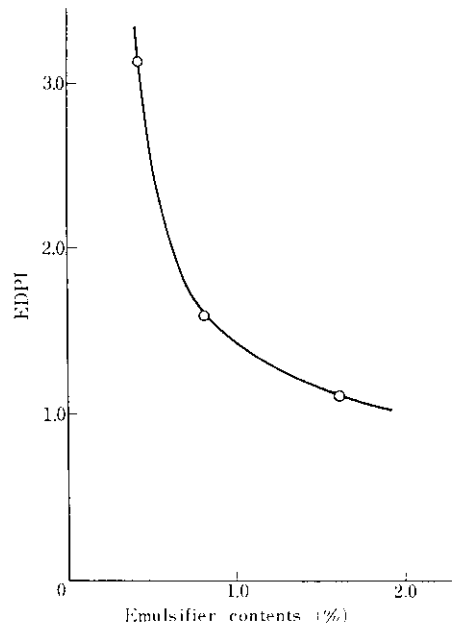
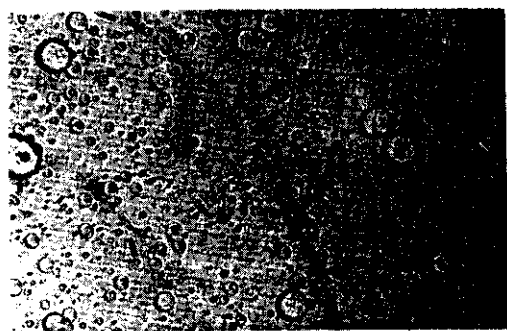
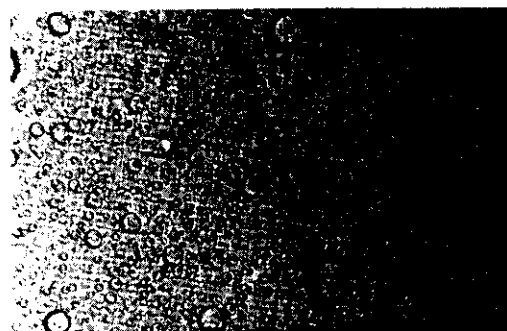


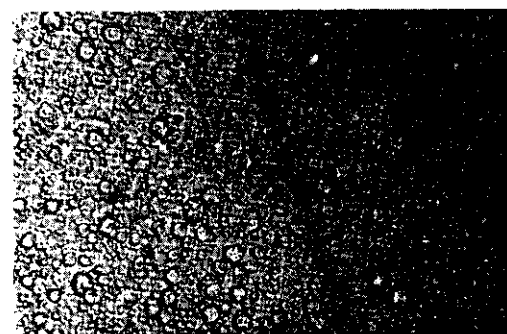
Fig. 19 Effect of emulsifier contents on EDPI



0.4wt%



0.8wt%



1.6wt%

Photo. 5 Effect of emulsifier contents on emulsion particles

EDPI の関係を, Photo. 5 に乳化剤の添加量を変えたときのエマルジョン粒径の顕微鏡写真を示す。このような結果から, 実機ミルにおけるクーラントシステム(タンク, アジテーター, ポンプ, ノズル等)の設備仕様に対する最適値を見いだすことが可能である。

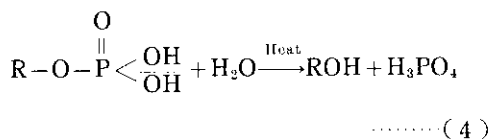
#### 4.3.2 圧延油の油膜強度の向上

流体潤滑から境界潤滑さらに極圧潤滑に移行

し, 潤滑状態が可酷になると, 油膜の表面被覆率が減少し, 摩擦抵抗力は(3)式中の  $\alpha_0 S_m$  の項が支配的となる。このような状態下でなお潤滑性を保持させるものが極圧剤である。その作用機構により次の2種類に大別される。

一つは P, S, Cl 等の有機物を主成分とし, 地金に対する抑制された腐食反応を行わせることにより, 油膜被覆率  $(1-\alpha_0)$  を増大させ潤滑性を高める。他の一つは, 高温・高圧下で Zn, Mo, Pb, Sb 等の有機金属化合物により, 新たに反応生成物を潤滑被膜として形成させ  $(1-\alpha_0)$  の維持をはかるものである。冷間圧延において, S や Cl は圧延後に錆を発生させる原因となり, ほとんど使用されず P がリン酸エステルとして使用される。

しかし, リン酸エステルはクーラントタンク内の熱交換器による局所的な加熱やロールバイト内での変形熱などにより分解して, (4)式のように無機リン酸を生ずることが確認されている。



無機リン酸はエマルジョンの pH を低下させたり, 乳化剤を劣化させてエマルジョンの安定性を失わせる。さらに, タンク, ポンプなどへの腐食作用も大きいため, その使用に際し十分な対策が必要である。

筆者らは, このような腐食反応を起こさない極圧剤として, Zn 系の有機金属化合物を採用することにより, 油膜強度が大きい圧延油の開発に成功

Table 3 Composition of new lubricant (%)

| Composition                       | Contents |
|-----------------------------------|----------|
| Tallow                            | 85~90    |
| Fatty acid                        | 3~5      |
| Polymerized fatty acid            | 4~6      |
| Emulsifier                        | 0.8      |
| Organo metallic... "Zn" compounds | 1~3      |
| Balance                           | 0.1~0.3  |

**Table 4** Comparison of oil film strength

| Lubricants | Oil film strength<br>(Heltz press. kg/mm <sup>2</sup> ) |      |       |
|------------|---------------------------------------------------------|------|-------|
|            | 50°C                                                    | 80°C | 150°C |
| A          | 500                                                     | 500  | 350   |
| B          | 574                                                     | 530  | 407   |
| C          | 619                                                     | 574  | 587   |

A : Tallow, EP (extreme pressure) additives not blended

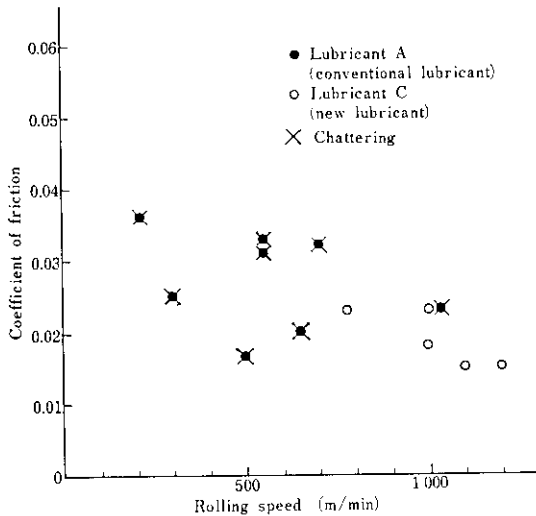
B : Tallow, phosphate EP additives blended

C : Tallow, organometallic—"Zn" compounds EP additive blended

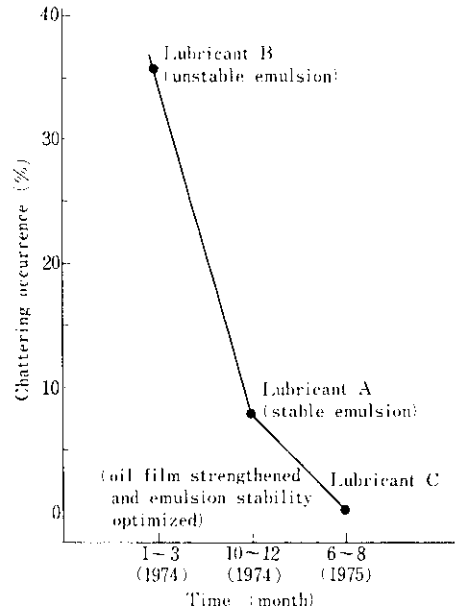
した。その主要成分を**Table 3**に示す。**Table 4**は従来の圧延油と新しい極圧剤を添加した圧延油の4球式試験による油膜破断強さをHeltz圧力により表わしたものである。

## 5. 新型圧延油の実機試験結果および成果

新しく開発した圧延油と従来使用していた圧延油との潤滑性の比較実験をDCRミルにて行っ



**Fig. 20** Evaluation of rolling lubricants  
Lubricant A : Tallow, EP additive not blended  
Lubricant C : Tallow, organometallic—"Zn" compounds EP additive blended



**Fig. 21** Progress of Chattering

た。その結果を**Fig. 20**に示す。圧延材は変形抵抗の高いSiキルド鋼材を使用している。これから明らかなように、新圧延油ではまったくチャタリングの発生は認められない。従来使用していた圧延油ではほとんど全コイルにわたりチャタリングの発生が認められた。

なお、通常のリムド鋼材では両圧延油を使用しても潤滑性が良好であり、チャタリングの発生は皆無であった。この結果、**Fig. 21**に示すように多いときには30%以上の割合で発生していたチャタリングを防止することに成功し、品質や能率の飛躍的な向上がみられた。

## 6. 結 言

当社千葉製鉄所のDCRミルにおいて、冷間総圧下率が93~94%にもおよぶ極薄冷延鋼板の圧延中に発生したチャタリング現象に関し、実機ミル調査結果、圧延挙動の解析結果およびチャタリングの防止対策を検討した。本研究結果から以下の事項が結論づけられた。

(1) チャタリングは圧延可能限界の近傍において、圧延状態が不安定なときに発生する現象である。

(2) 上記のような条件下で、チャタリング発生  
の引き金となる大きな要因は圧延油の潤滑不良で  
ある。これから、圧延油は乳化安定性や適性なエ  
マルジョン粒径分布および高温・高圧下における  
十分な油膜強度が必要であることが判明した。

(3) チャタリング発生中における板厚変動の周  
波数(約 200Hz)は、ロール振動系(4自由度)  
の第2次モードの固有振動数に一致する。したが  
って、圧延油の潤滑不良にともなう圧延状態の変  
動の周波数がロール振動系の第2次モードの固有  
振動数に一致するとき、チャタリング現象が発生  
すると推定される。

(4) Zn 系塩の有機金属系極圧剤を添加した潤  
滑性のすぐれた圧延油を開発することにより、チャ  
タリングをほとんど防止することができた。

圧延におけるチャタリングの発生機構の研究  
は、旋削、研削など他の機械加工分野に比べおく  
れており、本報をもとに今後さらに発展すること  
を望む。

## [補遺]

### 補1. 圧延可能最小板厚限界に関する理論 概要

圧延限界を規制する要因は、ロールのみを考  
えたとロール扁平によるかまたはキスロールによる  
かのどちらかである。ここでは、一般的に重要視  
されている前者に関し、K. Tong & G. Sachs  
の理論<sup>3)</sup>により考察した。

単位幅当りの圧延荷重を次式に示す。

$$P = \frac{k_r}{\mu} \left(1 - \frac{r}{z}\right) H \left\{ \exp \left\{ \left(1 - \frac{r}{z}\right) H \right\} - 1 \right\} \quad (\text{A-1})$$

扁平ロール半径式(Hitchcockの式)を変形す  
ると次式のようになる。

$$P = C_0 (L^2 / R - rH) \quad (\text{A-2})$$

ここで、 $P$ : 単位幅当りの圧延荷重

$H$ : 圧延材の入側板厚

$k_r$ : 平均変形抵抗(張力補正をし  
たもの)

$R$ : W.R. の半径

$L$ : 接触投影長さ

$$C_0 = \pi E / 16 (1 - \nu^2)$$

$r$ : 圧下率

$E$ : ヤング率

$\nu$ : ポアソン比

(A-1), (A-2) 式から (A-3) 式が導かれる。

$$\left(\frac{L^2}{R}\right) = \theta^2 = \frac{k_r}{C_0} \cdot \frac{H}{2R} \cdot \frac{(2-r)}{\mu} \cdot \left\{ \exp \left( \frac{\mu \theta}{2-r} \cdot \frac{2R}{H} \right) - 1 \right\} + \frac{rH}{R} \quad (\text{A-3})$$

$2R/H$  が大きい範囲では  $\theta$  の解は存在しない。  
すなわち、その限界の  $2R/H$  で  $\theta$  は無限大とな  
る。 $\theta = L/R$  であるから、この状態でフラットニ  
ングによる接触長さ  $L$  が無限大になることに相当  
する。よって、 $d\theta/d(2R/H) = \infty$ 、すなわち  
 $d(2R/H)/d\theta = 0$  を考慮し (A-3) 式を  $\theta$  で微  
分する。

$$\exp \left( \frac{\mu \theta}{2-r} \cdot \frac{2R}{H} \right) = \frac{2C_0 \theta}{k_r} \quad (\text{A-4})$$

(A-4) 式を満たす  $\theta$  が圧延限界点  $\theta = \theta_c$  で、  
このときの入側板厚  $H$  を  $H_c$  とすると、

$$\frac{2R}{H_c} \theta_c \frac{\mu}{(2-r)} = \ln \frac{2C_0 \theta_c}{k_r} \quad (\text{A-5})$$

(A-3) 式と (A-5) 式から (A-6) 式が導かれ  
る。

$$\frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2C_0 \theta_c}{k_r} = 1 + \frac{k_r}{2C_0 \theta_c} \cdot \left\{ -\frac{\mu r}{(2-r)} \cdot \frac{2C_0}{k_r} - 1 \right\} \quad (\text{A-6})$$

(A-6) 式は非線型方程式であるが、繰返し法に  
よる数値計算や図式解法により  $\theta_c$  を求めること  
ができ、圧延可能最小板厚  $H_c$  が求められる。

### 補2. 摩擦係数の計算概要

摩擦係数は D.R. Bland & H. Ford の圧延荷  
重式<sup>4)</sup>から数値計算した。単位幅当りの圧延荷重  
 $P$ 、扁平ロール半径  $R'$ 、変形抵抗  $k_r$  の計算には  
それぞれ次の式を用いた。

$$P = k_r \cdot (1 - \sigma_r/k_r) \cdot \sqrt{R'(H-h)} \cdot f_3(\mu, R', H, h, k_r, \sigma_b, \sigma_r) \quad (\text{A-7})$$

$$R' = R \left\{ 1 + \frac{16(1-\nu^2)P}{E\pi(\sqrt{\delta_a + \delta_b + \delta_c} + \sqrt{\delta_d})^2} \right\} \quad (\text{A-8})$$

$$k_t = k_0(\bar{\varepsilon} + \beta)^n \quad \text{--- (A-9)}$$

ここで、 $\sigma_t$ : 前方張力

$H$ : 入側板厚

$h$ : 出側板厚

$f_3$ : 圧下力関数

$\delta = H - h$

$\delta_2 = h(1 - \nu^2)(k_2 - \sigma_t)/E$

$\delta_t = \nu(1 + \nu)(h\sigma_t - H\sigma_b)/E$

$\mu$ : 摩擦係数

$\sigma_b$ : 後方張力

$k_{t1}$ : 入側変形抵抗

$k_{t2}$ : 出側変形抵抗

$\bar{\varepsilon}$ : 相当歪

$k_0, \beta, n$ : 鋼種や圧延条件による定数

### 補3. 中立点位置の計算

中立角の計算は D. R. Bland & H. Ford の式<sup>4)</sup>から計算した。以下に計算式を示す。

$$\phi_n = \sqrt{\frac{h}{R'}} \tan\left(\sqrt{\frac{h}{R'}} \cdot \frac{H_n}{2}\right) \quad \text{--- (A-10)}$$

$$\text{ここで、} H_n = \frac{H_1}{2} - \frac{1}{2\mu} \ln\left\{\frac{H}{h} \left(\frac{1 - \sigma_t/k_{t1}}{1 - \sigma_b/k_{t1}}\right)\right\}$$

$$H_1 = 2\sqrt{\frac{R'}{h}} \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{R'}{h}} \phi_1\right)$$

$$\phi_1 = \sqrt{(H-h)/R'} \quad (\phi_1: \text{接触角})$$

### 補4. 各種振動系の固有振動数の計算<sup>6)</sup>

#### 補4-1 圧延機全体 (1自由度系 --- Fig. 13

(a)参照)

固有円振動数は  $\omega = \sqrt{K/m}$ ,

固有振動数は次式で示される。

$$f = \omega/2\pi = \sqrt{K/m}/2\pi \quad \text{--- (A-11)}$$

ここで、 $K$ : 圧延機のはね定数

$m$ : 圧延機全体の質量

#### 補4-2 圧延材の横振動 (Fig. 13 (b) 参照)

両端に張力が作用している薄膜の横振動問題に帰着する。運動方程式を (A-12) 式に示す。

$$\rho \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = T \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) \quad \text{--- (A-12)}$$

幅方向の張力分布は均一と仮定できることから  $\partial^2 z / \partial y^2 = 0$  とする。また  $a^2 = T/P$  とおくと (A-13) 式となる。

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad \text{--- (A-13)}$$

この式の一般解は (A-14) 式のように表わされる。

$$z = C \sin \omega x/a + D \cos \omega x/a \quad \text{--- (A-14)}$$

$C, D$ : 積分定数 ( $\neq 0$ )

境界条件が  $z(0) = z(l) = 0$  から、 $\sin \omega l/a = 0$  となる。したがって、固有円振動数は  $\omega = \pi a/l$  となり、固有振動数は次式で表わされる。

$$f = \omega/2\pi = a/2l = \sqrt{T/\rho}/2l \quad \text{--- (A-15)}$$

ここで、 $\rho$ : 圧延材の単位面積当りの質量

$T$ : 単位幅当りの張力

$l$ : スタンド間の距離

これから求めた固有振動数とスタンド間張力の関係を Fig. A-1 に示す。

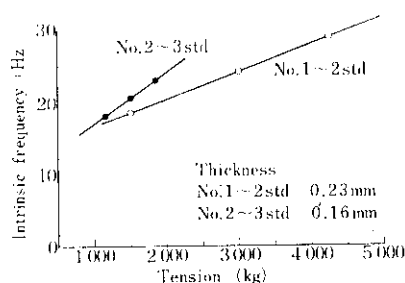


Fig. A-1 Relation between tension and natural frequency of lateral vibration of strip (calculated by membranes analysis model)

#### 補4-3 ロール系の振動 (4自由度系 --- Fig. 13(c) 参照)

Fig. 13(c) の4自由度のはね-質量系の振動方程式は (A-16) 式のように表わされる。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -k_1 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_2 (x_2 - x_1) + k_3 (x_3 - x_2) \\ m_3 \ddot{x}_3 &= -k_3 (x_3 - x_2) + k_4 (x_4 - x_3) \\ m_4 \ddot{x}_4 &= -k_4 (x_4 - x_3) - c \dot{x}_4 - k_5 x_4 \end{aligned} \quad \text{--- (A-16)}$$

ここで、 $m_1, m_4$ : B.U.R の質量

$m_2, m_3$ : W.R. の質量

$k_1, k_5$ : ハウジング, B.U.R 軸受によるばね定数

$k_2, k_4$ : B.U.R と W.R 間のばね定数

$k_3$ : W.R. と圧延材間のばね定数

$c$ : 油圧ジャッキの粘性減衰係数

以下に各ばね定数の算出方法を記す。

(1)  $k_1, k_5$

圧延中におけるハウジングと B.U.R 軸受の変形量は、久能<sup>10)</sup>によると圧延機全体の約15%にあたる。ゆえに  $k_1, k_5$  は次式から求まる。

$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{k_5} = \frac{0.15}{k} = \frac{0.15}{500} \quad (\text{mm/t}) \quad (\text{A-17})$$

(2)  $k_2, k_4$

これらは、B.U.R と W.R の接触による扁平変形から求められる。Hertz の理論<sup>11)</sup>から、2円柱の接触変形量は次式のように表わされる。

$$\delta = \frac{p'}{\pi} B \left( \frac{2}{3} + \ln \frac{2d_w}{b} + \ln \frac{2d_B}{b} \right) \quad (\text{A-18})$$

ここで、 $d_w$ : W.R. の直径

$d_B$ : B.U.R の直径

$p'$ : 単位幅当りの作用荷重

$P$ : 圧延荷重

$L$ : ロール胴長

$$B = \frac{1-\nu_w^2}{E_w} + \frac{1-\nu_B^2}{E_B}$$

$$b = \sqrt{\frac{2}{\pi} p' \frac{d_w d_B}{d_w + d_B} B}$$

$E_w$ : W.R. のヤング率

$E_B$ : B.U.R のヤング率

$\nu_w$ : W.R. のポアソン比

$\nu_B$ : B.U.R のポアソン比

したがって  $k_2, k_4$  は次式で計算すればよい。

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_4} = \frac{\partial \delta}{\partial P} = \frac{B}{\pi L} \{ 0.1182 + \ln(d_w + d_B) - \ln B - \ln p' \} \quad (\text{A-19})$$

(3)  $k_3$

ロール間隙におけるばね定数は、塩崎<sup>12)</sup>によると W.R. の扁平変形によるものと、圧延塑性曲線の勾配によるばね定数からなる。

すなわち、

$$\left. \begin{aligned} 1/k_3 &= -\partial S / \partial P \\ S &= h + d_w - E_p \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-20})$$

これから、

$$\frac{1}{k_3} = -\frac{\partial S}{\partial P} = -\frac{\partial h}{\partial P} + \frac{\partial E_p}{\partial P} \quad (\text{A-21})$$

ここで、 $S$ : 圧延中の上下 W.R. の中心間の距離

$E_p$ : 圧延材に接触する上下 W.R. の扁平変形量

$h$ : 出側板厚

$-\partial P / \partial h$  は圧延荷重式を出側板厚で偏微分することにより、次のように求められる。Hill の圧延荷重式<sup>13)</sup>を若干変えた新たに  $P$  なる関数を (A-22) 式のように定義する。

$$P = P - k_t \kappa W \sqrt{R'}(H-h) Q_p \quad (\text{A-22})$$

ここで、 $Q_p = 1.08 + 1.79 \mu r \sqrt{R'} / H - 1.02 r$

$$\kappa = 1 - \frac{(a_0 - 1)\sigma_0 + \sigma_t}{a_0 k_t}$$

$W$ : 板幅,  $r$ : 圧下率,  $H_0$ : 母板厚

$a_0$ : 圧延機により決る定数

扁平ロール半径は Hitchcock の式<sup>13)</sup>から求められる。

$$R' = R \left\{ 1 + \frac{16(1-\nu^2)P}{\pi E W (H-h)} \right\} \quad (\text{A-23})$$

変形抵抗は (A-9) 式を用いる。これから、

$$\frac{\partial P}{\partial P} = 1 - \frac{R' - R}{2R} \left( 1 + \frac{1.79 \mu r}{Q_p} \cdot \frac{R'}{H} \right) \quad (\text{A-24})$$

$$\frac{\partial P}{\partial h} = \frac{P}{H} \left\{ \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{0.7n}{H_0} \ln \left( \frac{0.3H + 0.7h}{H_0} \right) + 1.15 \right.$$

$$\left. + \frac{1}{0.3H + 0.7h} + \frac{1}{2r} \frac{R}{R'} + \frac{1.79 \mu}{2Q_p} \sqrt{\frac{R}{H}} \cdot \left( 1 + \frac{R}{R'} \right) - \frac{1.02}{Q_p} \right\} \quad (\text{A-25})$$

これから、

$$-\frac{\partial P}{\partial h} = -\frac{\partial P}{\partial h} / \frac{\partial P}{\partial P} \quad (\text{A-26})$$

ここで、ばね定数  $-\partial P/\partial h$  は摩擦係数、変形抵抗、板厚、圧下率、圧延荷重および張力などにより変化することがわかる。

つぎに、 $\partial P/\partial E_p$  はロール扁平式から以下のよう求められる。

$$E_p = \frac{C_0}{8} \cdot p \cdot \ln \frac{2d_w}{(H-h) + C_0 p} \quad \text{.....(A-27)}$$

$$p = P/W$$

これから、

$$\frac{\partial E_p}{\partial P} = \frac{C_0}{8W} \left\{ \ln \frac{2d_w}{(H-h) + C_0 p} - \frac{C_0 p}{(H-h) + C_0 p} \right\} \quad \text{.....(A-28)}$$

以上のようにして求めたばね定数と摩擦係数の関係を **Fig. A-2** に示す。

#### (4) 粘性減衰係数 $c$

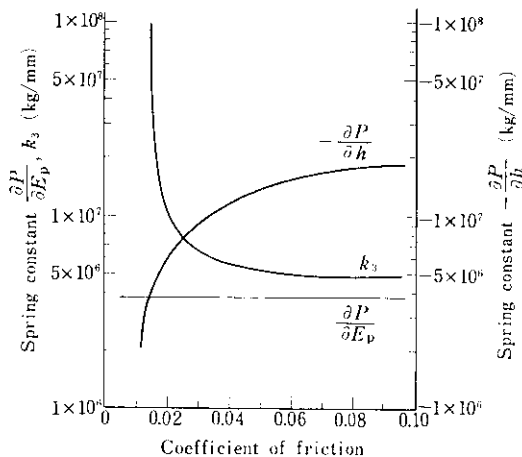
油圧ジャッキの粘性減衰係数は次のように求められる<sup>6)</sup>。

$$c = \frac{6\eta l_p A^2}{\pi R_p \varepsilon_0^3} \quad \text{.....(A-29)}$$

ここで、 $\varepsilon_0$  : ピストンとシリンダーの隙間  
(0.25mm)

$R_p$  : ピストンの半径 (400mm)

$A$  : ピストンの断面積 ( $400^2 \times \pi \text{ mm}^2$ )



**Fig. A-2** Relation between coefficient of friction and spring constants  $k_3$ ,  $-\partial P/\partial h$  and  $\partial P/\partial E_p$

$l_p$  : 流孔の長さ (655mm)

$\eta$  : 作動油の粘性係数

$$(3.9 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{mm}^2)$$

これより、 $c = 123.2 \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{mm}$  となる。

ここで臨界減衰係数  $c_c$  を求める。

$$c_c = 2 \sqrt{mk} = 2 \sqrt{m_4 k_5} \\ = 12700 \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{mm}$$

$c < c_c$  であるから、(A-16) 式に表わされる運動は減衰振動をする。このときの減衰振動の固有円振動数は  $q = \omega \sqrt{1 - (c/c_c)^2}$  と表わされる。 $c/c_c \ll 1$  であるから  $q \approx \omega$  となる。

#### (5) 運動方程式の解

(4)の結果から、(A-16) 式において系の固有振動数を求める場合に粘性減衰項を無視しても差し支えない。したがって、一般解は (A-30) 式のように表わされる<sup>6)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_1 e^{i\omega t} \\ x_2 &= A_2 e^{i\omega t} \\ x_3 &= A_3 e^{i\omega t} \\ x_4 &= A_4 e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(A-30)}$$

これを (A-16) 式に代入して整理すると、

$$\begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = [0] \quad \text{.....(A-31)}$$

これより  $\omega$  が求まり固有振動数が求められる。この結果は **Fig. 14** に示したとおりである。

## 参 考 文 献

- 1) 鏈田, 中川, 古川, 滝本, 清野, 中里: 鉄と鋼, **61** (1975) 10, A93
- 2) 鏈田, 中川, 古川, 清野, 滝本, 中里: 鉄と鋼, **61** (1975) 12, S554
- 3) K. Tong, G. Sachs: J. Mech. Phys. Solids, **6** (1957) 1, 35
- 4) D.R. Bland, H. Ford: JISI, **168** (1951) 1, 57; **171** (1952) 2, 239
- 5) W. Trinks: Blast Furn. Steel Pl., **25** (1937) 3, 285
- 6) 亘理: 機械振動, (1973), 43, [丸善]
- 7) 水野: 塑性と加工, **7** (1966) 66, 383
- 8) J.M. Alexander: Proc. R. Soc. Lond., **A326** (1972), 535
- 9) 佐藤: 潤滑, **14** (1969) 3, 1
- 10) 久能: 塑性と加工, **7** (1966) 60, 20
- 11) R.J. Reark: Formulas for Stress and Strain, 4th ed., (1954), 318, [McGraw-Hill]
- 12) 塩崎: 塑性と加工, **9** (1968) 88, 315
- 13) 日本鉄鋼協会: 圧延理論とその応用, (1971), 81, [誠文堂新光社]