

---

プレス加工時の球頭ポンチ頭部の摩擦係数

The Coefficient of Friction on the Round Headed Punch in Press Forming

中川 吉左衛門(Kichizaemon Nakagawa) 岡崎 修三(Shuzo Okazaki)

---

要旨：

この報告は、プレス成形時の球頭ポンチ頭部における摩擦係数の解析的研究である。この摩擦係数は、異方性材料に対する Hill の歪増分理論、幾何学的関係、相当応力、相当歪および  $A$  なる値 ( $\lim_{S \rightarrow 0} d\epsilon_0/dS$  ( $S$  を 0 に近づけた極限)) を用いて、子午線方向の力のつりあい方程式から子午線方向応力、円周方向応力および子午線方向歪を消去することにより解析的に求めることができる。次に、この摩擦係数と限界絞り比および限界張出し高さとの関係を調べた。その結果材料の異方性を考慮した場合、この関係は直線的であることがわかった。

---

Synopsis：

An analysis has been developed for the study of the coefficient of friction on the round headed punch in press forming. The theoretical equation of the coefficient of friction was obtained by eliminating the tangential stress, the tangential strain and the circumferential stress from the equilibrium equation of forces along the tangential direction, by the use of Hill's incremental stress-strain relation for anisotropic materials, geometrical relations, the equivalent stress, the equivalent strain and the value of  $A (= d\epsilon_0/dS$  (limit which brings  $S$  close to 0)). In the case of deep-drawing, the linear relationship between the coefficient of friction and the limiting drawing ratio was investigated. In the case of stretch-forming, the linear relationship between the coefficient of friction and the limiting stretching depth was investigated.

(c)JFE Steel Corporation, 2003

|                   |
|-------------------|
| 本文は次のページから閲覧できます。 |
|-------------------|

# プレス加工時の球頭ポンチ頭部の摩擦係数

## The Coefficient of Friction on the Round Headed Punch in Press Forming

中川 吉左衛門\*

Kichizaemon Nakagawa

岡 崎 修 三\*\*

Shuzo Okazaki

### Synopsis :

An analysis has been developed for the study of the coefficient of friction on the round headed punch in press forming. The theoretical equation of the coefficient of friction was obtained by eliminating the tangential stress, the tangential strain and the circumferential stress from the equilibrium equation of forces along the tangential direction, by the use of Hill's incremental stress-strain relation for anisotropic materials, geometrical relations, the equivalent stress, the equivalent strain and the value of  $A$  ( $= \lim_{S \rightarrow +0} \partial \epsilon_\theta / \partial S$ ).

In the case of deep-drawing, the linear relationship between the coefficient of friction and the limiting drawing ratio was investigated. In the case of stretch-forming, the linear relationship between the coefficient of friction and the limiting stretching depth was investigated.

### 1. はじめに

薄鋼板のプレス成形性は、その鋼板の材質、成形する形状、成形速度、潤滑条件（ダイス側、ポンチ側）などによって複雑な影響を受ける。

球頭ポンチでプレス成形を行なうとき、これら因子のうちのポンチ側潤滑条件（潤滑油の銘柄、材料の表面粗度など）を変えて、その成形限界、たとえば限界絞り比、限界張出し高さがどのように影響を受けるかということを調べる研究が行なわれてきた<sup>1)2)3)</sup>。最近になって、球頭ポンチ部の塑性変形の解析により、この部分の潤滑条件を摩擦係数値として定量的に表わす試みが行なわれるようになった<sup>4)5)6)7)</sup>。

この報告では、材料の異方性を考慮に入れて、歪増分理論によりこの摩擦係数を求める計算式を導出し、等方性材料について導出されている計算式、全歪理論により導出されている計算式と比較

検討した。また、現在は数値積分により摩擦係数を求める式が用いられているが、これを簡単に解析的に表わす試みを行なった。

### 2. 摩擦係数の計算式

プレス成形の解析にはいくつかの基礎方程式が確立されている。これらをもとにして摩擦係数の計算式を求める。

#### 2.1 基礎方程式

変形後の板の要素について子午線方向の応力のつりあいを考えると、Fig. 1を参照して次のつりあい方程式が得られる。

$$\frac{\partial(t\sigma_\phi)}{\partial S} = \left\{ \frac{\sigma_\theta - \sigma_\phi}{\tan \phi} + \mu(\sigma_\theta + \sigma_\phi) \right\} \times \frac{te^{\epsilon_\phi}}{R} \quad \dots\dots\dots(1)$$

この式で  $\sigma_\phi$  は子午線方向応力、 $\sigma_\theta$  は円周方向応

\* 技術研究所加工研究室室長

\*\* 技術研究所加工研究室

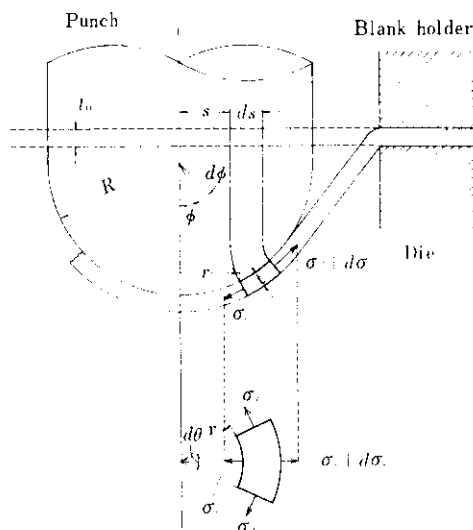


Fig. 1 The coordinates and the stresses on an element along the punch profile

力,  $\varepsilon_\phi$  に子午線方向歪,  $\phi$  はポンチ軸と要素の接線との間の角,  $t$  は変形中の板厚,  $R$  はポンチ半径,  $\mu$  はポンチ頭部と材料の接触部における摩擦係数である。

軸対称成形における歪の適合条件は,  $\varepsilon_\theta$  を円周方向歪とすると,

$$\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial S} = \frac{1}{S} (e^{\varepsilon_\phi - \varepsilon_\theta} \cdot \cos \phi - 1) \quad \text{.....(2)}$$

のように与えられる。

ここで, ポンチ形状が球であることから,  $r$  を変形中の座標とすると,

$$\frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial S} = \frac{e^{\varepsilon_\phi}}{R}, \quad R \sin \phi = r = S e^{\varepsilon_\theta} \quad \text{.....(3)}$$

が得られる。

次に, 歪の時間に対する変化率 (歪速度) を  $\dot{\varepsilon}_\phi = \partial \varepsilon_\phi / \partial h$  および  $\dot{\varepsilon}_\theta = \partial \varepsilon_\theta / \partial h$  とおくと, 塑性力学における応力-歪方程式は, 垂直異方性を考慮して

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\varepsilon}_\theta}{(1+r_a)\sigma_\theta - r_a\sigma_\phi} &= \frac{\dot{\varepsilon}_\phi}{(1+r_a)\sigma_\phi - r_a\sigma_\theta} \\ &= \frac{1}{1+r_a} \cdot \frac{\dot{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} \quad \text{.....(4)} \end{aligned}$$

のように与えられる。この式で,  $r_a$  は材料の面内

異方性を考えない場合のランクフォード値, あるいは面内の平均値であり,  $r_a = (r_0 + r_{90} + 2r_{45})/4$  で表わされるものとする。また, 相当応力  $\bar{\sigma}$ , 相当歪  $\bar{\varepsilon}$ , 相当歪速度  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  はそれぞれ,

$$\bar{\sigma} = \left( \sigma_\theta^2 - \frac{2r_a}{1+r_a} \sigma_\theta \sigma_\phi + \sigma_\phi^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{.....(5)}$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \int d\bar{\varepsilon}, \\ d\bar{\varepsilon} &= \frac{1+r_a}{\sqrt{1+2r_a}} \left( d\varepsilon_\theta^2 + \frac{2r_a}{1+r_a} d\varepsilon_\theta d\varepsilon_\phi + d\varepsilon_\phi^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{.....(6)} \end{aligned}$$

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{1+r_a}{\sqrt{1+2r_a}} \left( \dot{\varepsilon}_\theta^2 + \frac{2r_a}{1+r_a} \dot{\varepsilon}_\theta \dot{\varepsilon}_\phi + \dot{\varepsilon}_\phi^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{.....(7)}$$

と定義される。

加工硬化則は,  $n$  および  $C$  をそれぞれ加工硬化指数, 比例定数として

$$\bar{\sigma} = C(\bar{\varepsilon})^n \quad \text{.....(8)}$$

のように表わされる。

初期条件は, 変形の最初において  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = 0$  とする。また任意の時間に対して, 頂点  $S=0$  では  $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi$  になりたつ。その値を  $\varepsilon^*$  であらわす。

## 2.2 摩擦係数の計算式

ポンチ頭部と材料との接触部における摩擦係数  $\mu$  は, つりあい方程式 (1) 式を媒介として与えられる。この式から子午線方向応力, 円周方向応力および子午線方向歪を消去することにより, 摩擦係数  $\mu$  が次のように求められる。

まず

$$\lim_{S \rightarrow +0} \left( \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial S} \right) = A \quad \text{.....(9)}$$

とおくと, (2) 式より

$$\begin{aligned} A &= \lim_{S \rightarrow +0} \left( e^{\varepsilon_\phi - \varepsilon_\theta} \cdot \cos \phi - 1 \right) \frac{1}{S} \\ &= \lim_{S \rightarrow +0} \left( \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial S} - \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial S} \right) \quad \text{.....(10)} \end{aligned}$$

となる。したがって (9), (10) 式から

$$\lim_{S \rightarrow +0} \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial S} = 2A \quad \text{.....(11)}$$

が得られる。さらに,

$$\begin{aligned}\lim_{S \rightarrow +0} \frac{\partial \dot{\varepsilon}_\theta}{\partial S} &= \lim_{S \rightarrow +0} \frac{\partial}{\partial S} \left( \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial h} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial h} \left( \lim_{S \rightarrow +0} \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial S} \right) \\ &= \frac{\partial A}{\partial h} \\ &= A \quad \dots\dots\dots(12)\end{aligned}$$

となる。

次に、(1) 式を  $t\sigma_\phi$  でわり、(4) 式より得られる関係、

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_\phi} = \frac{(1+r_a)\dot{\varepsilon}_\theta + r_a\dot{\varepsilon}_\phi}{(1+r_a)\dot{\varepsilon}_\phi + r_a\dot{\varepsilon}_\theta} \quad \dots\dots\dots(13)$$

を代入して、 $S$  を  $+0$  に近づけた極限を考える

$$\begin{aligned}\lim_{S \rightarrow +0} \frac{\partial(t\sigma_\phi)}{t\sigma_\phi \partial S} &= \lim_{S \rightarrow +0} \left[ \frac{te^{\varepsilon_\phi}}{t\sigma_\phi R} \left\{ \frac{\partial_\theta - \sigma_\phi}{\tan \phi} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mu(\sigma_\theta + \sigma_\phi) \right\} \right] \\ &= - \frac{1}{(1+2r_a)} \cdot \frac{\partial A}{\partial \varepsilon^*} + 2\mu \frac{e^{\varepsilon^*}}{R} \quad \dots\dots\dots(14)\end{aligned}$$

が得られる。ここで、時間  $h$  の尺度として  $\varepsilon^*$  を用いることにすると、上式は

$$\lim_{S \rightarrow +0} \frac{\partial(t\sigma_\phi)}{t\sigma_\phi \partial S} = - \frac{A}{1+2r_a} + 2\mu \frac{e^{\varepsilon^*}}{R} \quad \dots\dots\dots(15)$$

となる。

次に、加工硬化則 (8) 式から、上式とは独立に  $\lim_{S \rightarrow +0} \partial(t\sigma_\phi)/t\sigma_\phi \partial S$  を求めてみる。まず変形前の板厚を  $t_0$  とすると、塑性変形における体積不変の条件から

$$t = t_0 e^{-(\varepsilon_\theta + \varepsilon_\phi)} \quad \dots\dots\dots(16)$$

が成立する。これと (4) 式から

$$\begin{aligned}t\sigma_\phi &= \frac{(1+r_a)t_0}{1+2r_a} e^{-(\varepsilon_\theta + \varepsilon_\phi)} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} \\ &\quad \times \{ (1+r_a)\dot{\varepsilon}_\phi + r_a\dot{\varepsilon}_\theta \} \quad \dots\dots\dots(17)\end{aligned}$$

が得られる。ここで、(17) 式を処理する前に  $(\partial \varepsilon / \partial S)^*$  を求めておく。まず  $\varepsilon_\theta$  は、 $\varepsilon_\theta = \varepsilon^* + AS$  とかけるから

$$\dot{\varepsilon}_\theta = 1 + AS \quad \dots\dots\dots(18)$$

となる。同様にして  $\dot{\varepsilon}_\phi$  は

$$\dot{\varepsilon}_\phi = 1 + 2AS \quad \dots\dots\dots(19)$$

となる。したがって (7) 式から  $\dot{\varepsilon}$  は

$$\dot{\varepsilon} = \sqrt{2(1+r_a)} \left( 1 + \frac{3}{2} AS \right) \quad \dots\dots\dots(20)$$

のように表わされる。一方において、 $\bar{\varepsilon}$  は

$$\bar{\varepsilon} = \int d\bar{\varepsilon} = \int \left( \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \varepsilon^*} \right) d\varepsilon^* = \int \dot{\varepsilon} d\varepsilon^* \quad \dots\dots\dots(21)$$

であるから、上式に (20) 式を代入して積分すると

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{2(1+r_a)} \varepsilon^* + \frac{3}{2} A \sqrt{2(1+r_a)} S \quad \dots\dots\dots(22)$$

となる。ここで、頂点では  $S=0$  であるから、 $\bar{\varepsilon} = \sqrt{2(1+r_a)} \varepsilon^*$  であることを用いると

$$\begin{aligned}\left( \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial S} \right)^* &= \lim_{S \rightarrow +0} \left( \frac{\bar{\varepsilon} - \sqrt{2(1+r_a)} \varepsilon^*}{\partial S} \right) \\ &= \frac{3}{2} \sqrt{2(1+r_a)} A \quad \dots\dots\dots(23)\end{aligned}$$

が得られる。

(17) 式に戻り、この式から  $\partial(t\sigma_\phi)/t\sigma_\phi \partial S$  を導く

$$\begin{aligned}\frac{\partial(t\sigma_\phi)}{t\sigma_\phi \partial S} &= \frac{\partial}{\partial S} \left( \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} \right) \cdot \frac{\dot{\varepsilon}}{\bar{\sigma}} - \left( \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial S} + \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial S} \right) \\ &\quad + \frac{(1+r_a) \frac{\partial \dot{\varepsilon}_\phi}{\partial S} + r_a \frac{\partial \dot{\varepsilon}_\theta}{\partial S}}{(1+r_a)\dot{\varepsilon}_\phi + r_a\dot{\varepsilon}_\theta} \quad \dots\dots\dots(24)\end{aligned}$$

となる。よって (4) 式、(22) 式および (23) 式を (24) 式に代入し、 $S \rightarrow +0$  の極限值を求める

$$\begin{aligned}\lim_{S \rightarrow +0} \frac{\partial(t\sigma_\phi)}{t\sigma_\phi \partial S} &= 3 \left( \frac{n}{2\varepsilon^*} - 1 \right) A \\ &\quad + \frac{A}{2(1+2r_a)} \quad \dots\dots\dots(25)\end{aligned}$$

となる。したがって (15) 式と上式を等置することにより、 $A$  に関する微分方程式

$$\begin{aligned}A + \frac{(1+2r_a)(n-2\varepsilon^*)}{\varepsilon^*} A \\ = - \frac{4(1+2r_a)\mu e^{\varepsilon^*}}{3R} \quad \dots\dots\dots(26)\end{aligned}$$

が得られる。ここで

$$A' = \frac{3R}{4(1+2r_a)} A \quad \dots\dots\dots(27)$$

とにおいて (26) 式を変形すれば

$$A' + \frac{(1+2r_a)(n-2\varepsilon^*)}{\varepsilon^*} A' = e^{2\varepsilon^*} \dots\dots(28)$$

となる。一般に (28) 式の解析解は求めることができないので、 $A'$  は数値積分によって求めなければならない。

次に、体積不変の法則から

$$A = -e^{2\varepsilon^*} \left( \frac{\partial t}{\partial S} \right)^* \frac{1}{3t_0} \dots\dots(29)$$

が得られる。よって、(27) 式と (29) 式から摩擦係数  $\mu$  は

$$\mu = -\alpha \left( \frac{\partial t}{\partial S} \right)^* \dots\dots(30)$$

のように表わされる。ここで

$$\alpha = \frac{Re^{2\varepsilon^*}}{4t_0 A' (1+2r_a)} \dots\dots(31)$$

であり、 $\varepsilon^*$  は頂点の板厚歪の 1/2、 $(\partial t / \partial S)^*$  は頂点の板厚勾配である。

### 2.3 摩擦係数の近似式

前節の (28) 式の解を級数展開することによって、 $A'$  は  $\varepsilon^*$  の多項式、すなわち

$$A' = \frac{\varepsilon^* e^{2\varepsilon^*}}{1+n+2nr_a} + (1+4r_a) \left( \frac{1+n+2nr_a}{2+n+2nr_a} \right) \varepsilon^{*2} e^{2\varepsilon^*} + \dots\dots(32)$$

で表示される。もし  $\varepsilon^*$  がほとんど零に等しく、 $\varepsilon^*$  の 2 次以上の項が無視できるなら  $e^{2\varepsilon^*}$  はほとんど 1 に等しくなるので  $A'$  は次のような近似式

$$A' \approx \frac{\varepsilon^*}{1+n+2nr_a} \dots\dots(33)$$

で表わされる。(30) 式、(31) 式および (33) 式

から摩擦係数  $\mu$  に対する近似式、すなわち

$$\mu \approx -R \left( 1+n - \frac{2r_a}{1+2r_a} \right) \left( \frac{\partial t}{\partial S} \right)^* \times \frac{1}{4t_0 \varepsilon^*} \dots\dots(34)$$

が得られる。

## 3. 実験方法

この研究の実験は球頭ポンチで行なった。

薄鋼板は一般に、自動車、家庭電気器具の部品として軸対称のプレス加工をうけることが多く、ここで得られた結果が、実際作業にあたつての直接的な資料となりうると考える。

### 3.1 実験装置ならびに材料

プレス成形は、油圧式 100 t プレスで行なった。

Table 1 に使用工具の寸法を示す。

Table 1 The dimension of tools

| Type of forming | Tool       | Diameter (mm) | Corner radius (mm) |
|-----------------|------------|---------------|--------------------|
| Drawing         | Punch      | 100           | 50                 |
|                 | Die        | 102           | 5                  |
| Stretching      | Punch      | 140           | 70                 |
|                 | Die (Bead) | 142 (180)     | 6                  |

材料は、通常の冷延鋼板を 3 種、アルミ板および銅板の合計 5 種を用いた。これらの機械的性質 (圧延方向に対して 0°, 45°, 90° 三方向の平均値) を Table 2 に示す。

Table 2 The mechanical properties of materials

| Material  | t (mm) | Y.P. (kg/mm <sup>2</sup> ) | T.S. (kg/mm <sup>2</sup> ) | El. (%) | r <sub>a</sub> | n     |
|-----------|--------|----------------------------|----------------------------|---------|----------------|-------|
| Steel I   | 0.8    | 25.0                       | 35.5                       | 44      | 0.91           | 0.231 |
| Steel II  | 0.8    | 16.9                       | 31.6                       | 48      | 1.53           | 0.233 |
| Steel III | 0.8    | 30.0                       | 64.9                       | 64      | 0.89           | 0.424 |
| Al        | 0.8    | 3.3                        | 9.2                        | 40      | 0.73           | 0.261 |
| Cu        | 0.8    | 16.8                       | 23.6                       | 40      | 0.80           | 0.270 |

### 3.2 実験のプレス条件

実験は、深絞り成形および張出し成形で行なった。潤滑油は、深絞り成形の場合ダイス側はプレス油のみの一条件、ポンチ側は無潤滑、松やに、機械油、プレス油およびビニールとプレス油の組合わせの五条件を選び、張出し成形の場合ダイス側は無潤滑とし、ポンチ側は深絞り成形の場合と同じ五条件を選んだ。成形速度は 80 cm/min の一定速度である。しわおさえ力は、深絞り成形の場合材料のしわ発生防止に最小限必要な力を各材料について実験的に求めて用い、張出し成形の場合三角ビードを用いてしわおさえ力は10t一定とした。円板状素板は、切削後すべてアセトンにより脱脂洗浄を行なった。

### 3.3 摩擦係数の計算方法

変形後の容器頭部近傍の板厚分布をダイヤルゲージ(精度:1/1000 mm)で測定し、これから  $\epsilon^*$  すなわち容器頭部における板厚歪の1/2と、板厚勾配  $(\partial t / \partial S)^*$  を求めた。板厚分布の例を Fig. 2 に示す。この  $\epsilon^*$  および  $(\partial t / \partial S)^*$  の値と、引張試験によって求めた  $r_n$  値、 $n$  値を用いて (30) 式および (34) 式で摩擦係数を計算した。

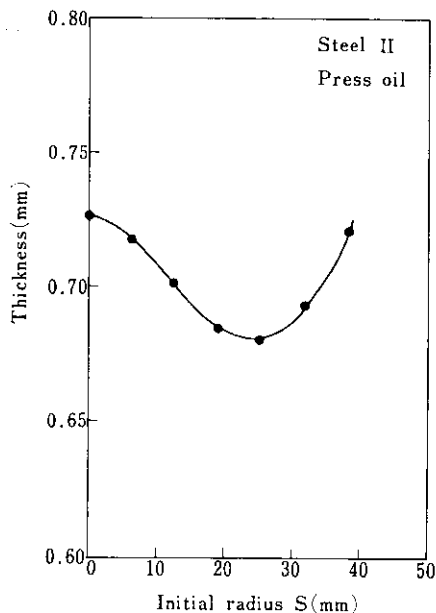


Fig. 2 The thickness distribution of product

## 4. 実験結果

### 4.1 各潤滑油の摩擦係数

深絞り成形および張出し成形の場合の各潤滑条件についての摩擦係数を Fig. 3, Fig. 4 に示す。

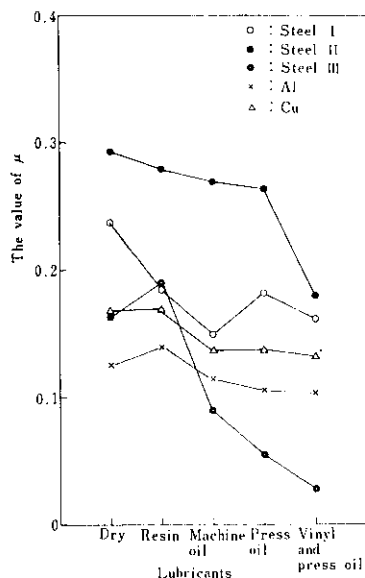


Fig. 3 The coefficient of friction of lubricants (drawing)

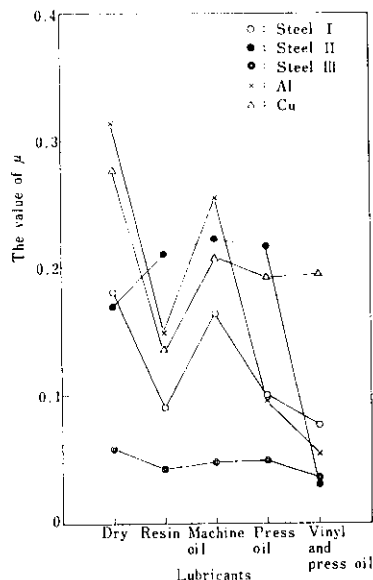


Fig. 4 The coefficient of friction of lubricants (stretching)

いずれの場合も材料によって異なった摩擦係数値が得られている。各潤滑条件における摩擦係数の値は深絞り成形の場合、無潤滑、松やに、機械油、プレス油、ビニールとプレス油の組合わせの順に小さくなるが、張出し成形の場合は無潤滑、機械油、プレス油、松やに、ビニールとプレス油の組合わせの順に小さくなっている。一方材料別にみると、深絞り成形の場合ははっきり材料による順位がつけられるが、張出し成形の場合は Steel III が一番小さいことを除いて材料による順位をつけることはできない。

#### 4.2 摩擦係数と限界絞り比および限界張出し高さとの関係

深絞り成形における限界絞り比 (L. D. R.) と摩擦係数との関係を Fig. 5 に示す。L. D. R. は摩

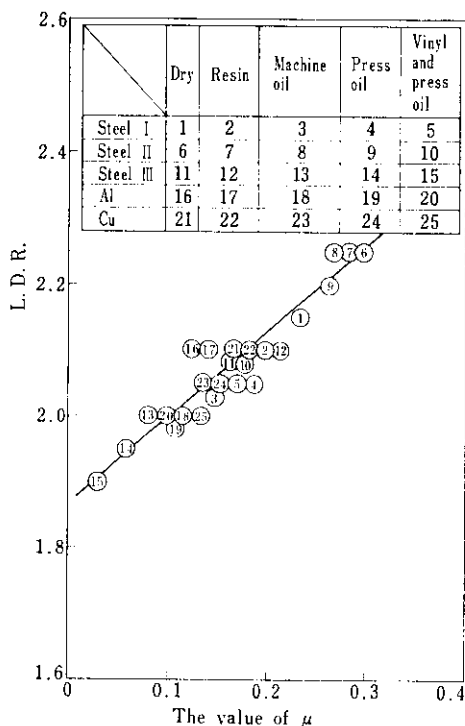


Fig. 5 Relation between the L. D. R. and the  $\mu$  value, where anisotropy is considered

擦係数が大きくなるにつれて直線的に増加する。材料を等方性と仮定した場合には、この関係は直線的でなくなる。それを Fig. 6 に示す。次に張出し成形における限界張出し高さ ( $H_{max}$ ) と摩擦係数との関係を Fig. 7 に示す。 $H_{max}$  は、深絞

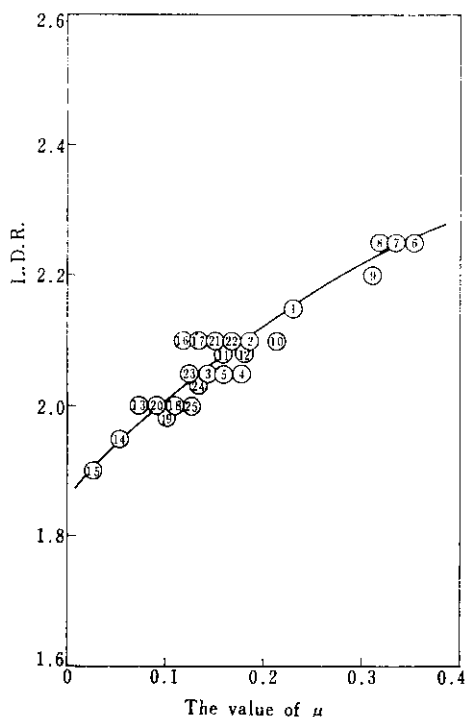


Fig. 6 Relation between the L. D. R. and the  $\mu$  value, where anisotropy is not considered

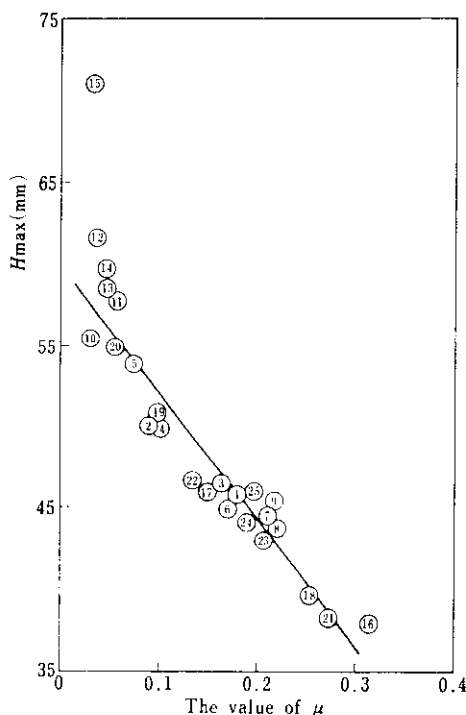


Fig. 7 Relation between the limiting stretching depth and the  $\mu$  value, where anisotropy is considered

り形成の場合とは逆に摩擦係数が大きくなると直線的に減少する。材料を等方性と仮定した場合にはこの関係は直線的でなくなる。それを Fig. 8 に示す。

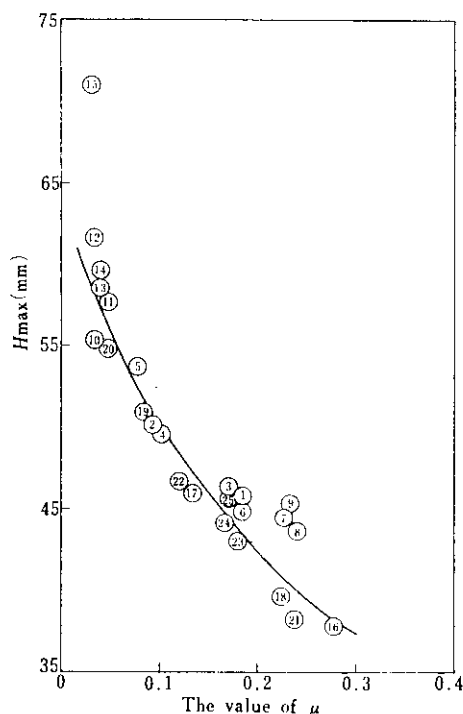


Fig. 8 Relation between the limiting stretching depth and the  $\mu$  value, where anisotropy is not considered

## 5. 考 察

### 5.1 摩擦係数におよぼす材料特性の影響

材料特性(特に  $r_a$  値,  $n$  値)が摩擦係数に対してどのように影響するかをみるため, (31) 式の  $\alpha$  値に対する  $r_a$  値,  $n$  値の影響を調べてみた。その結果を Fig. 9, Fig. 10 に示す。 $r_a$  値が小さくなるにつれて  $\alpha$  値は増加することがわかる。もし (30) 式の他の項,  $(\partial t/\partial S)^*$  が一定なら, 深絞り成形に対しては  $r_a$  値が小さく  $n$  値が大きい方が望ましく, 張出し成形に対しては  $r_a$  値が大きく  $n$  値が小さい方が望ましいことになる。しかし, 測定値である  $(\partial t/\partial S)^*$  も  $r_a$  値と  $n$  値の影響をうけて変化するので上述のことは一概には言えない。

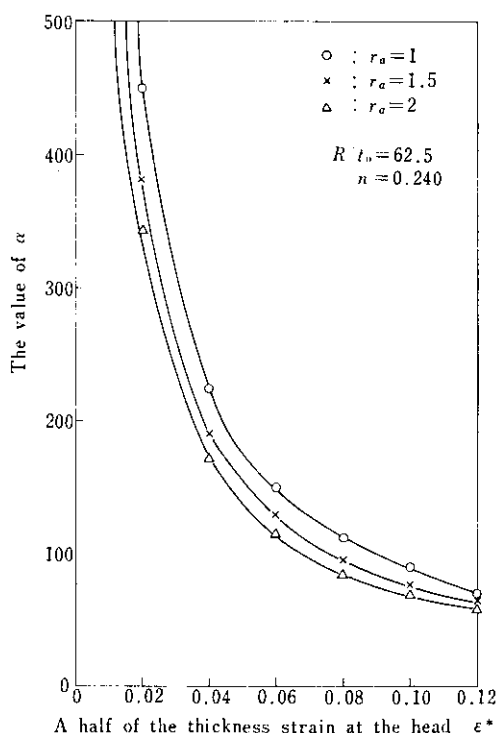


Fig. 9 The effect of  $r_a$  value on the  $\alpha$  value

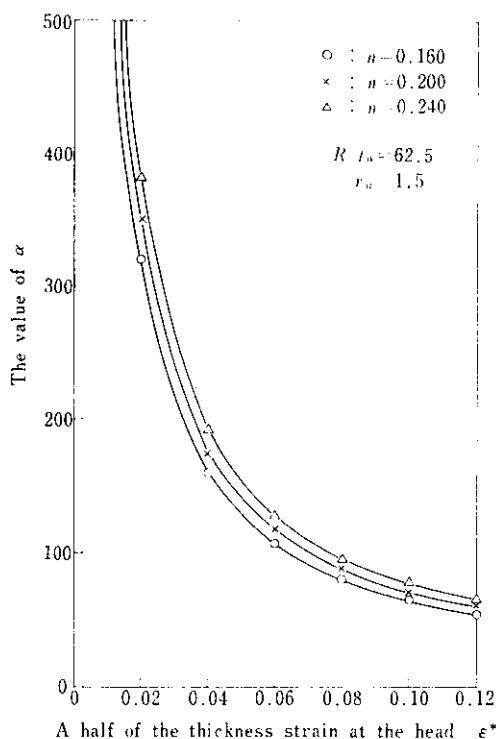


Fig. 10 The effect of  $n$  value on the  $\alpha$  value

### 5.2 数値積分による解と近似解との比較

摩擦係数は(28)式の $A'$ を数値積分によって求めれば(30)式および(31)式から計算できるが、数値積分は手間がかかるため近似解の(34)式を導いたわけである。そこで数値解、近似解の $\alpha$ 値が $\epsilon^*$ に対してどのように変化するかを調べた。その結果をFig. 11に示す。 $\epsilon^*$ が大きくなる

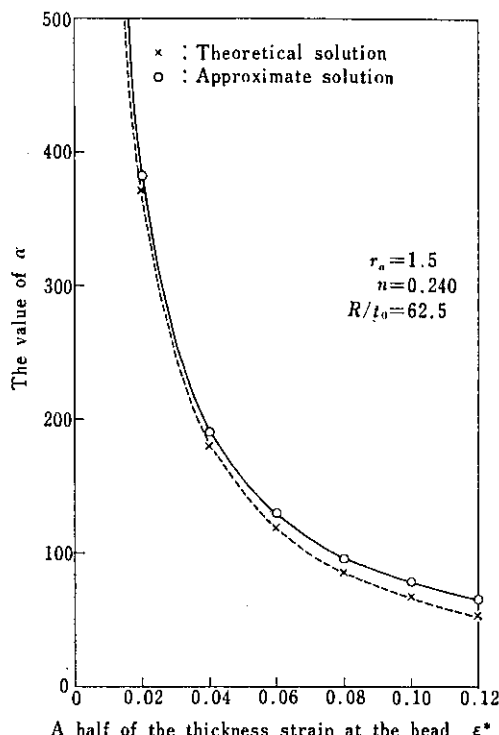


Fig. 11 Comparison of the theoretical solution and the approximate solution for the  $\alpha$  value

につれて、この二式の差は大きくなる。しかし、 $\epsilon^*$ の実際の値は0.06程度であり、その差の最大値はせいぜい5%にすぎないのでこの近似式は十分実用的な摩擦係数計算式である。

### 5.3 他の摩擦係数計算式との比較

材料を等方性と仮定し、全歪理論による摩擦係数計算式が山田<sup>4)</sup>によって導かれている。

$$\mu = -\frac{R(1+3n-6\epsilon^*)}{12t_0\epsilon^*} \sqrt{\frac{t_0}{t^*}} \left(\frac{dt}{dS}\right)^* \quad \dots(35)$$

ここで $t^*$ は容器頭部の板厚である。さらに同じ

全歪理論により、材料の異方性を考慮に入れた計算式が山田<sup>5)</sup>によって導かれている。

$$\mu = -\frac{R}{2t_0} \left\{ \frac{1+r_a}{(1+2r_a)\epsilon^*} + \frac{n-1}{2\epsilon^*} - 1 \right\} \times \sqrt{\frac{t_0}{t^*}} \left(\frac{dt}{dS}\right)^* \quad \dots(36)$$

次に、材料を等方性と仮定し、歪増分理論による計算式が山田<sup>6)</sup>によって導かれている。

$$\mu = -\frac{Re^{2\epsilon^*}}{12t_0A'} \left(\frac{\partial t}{\partial S}\right)^* \quad \dots(37)$$

ここで $A'$ は次の微分方程式の解である。

$$A' + \frac{3(n-2\epsilon^*)}{\epsilon^*} A' = e^{\epsilon^*} \quad \dots(38)$$

上記の(35)式、(36)式、(37)式およびこの報告で導いた、異方性を考慮に入れた歪増分理論による計算式すなわち(30)式などの各 $\alpha$ 値の $\epsilon^*$ に対する変化を示したのがFig. 12である。 $\epsilon^*$ が

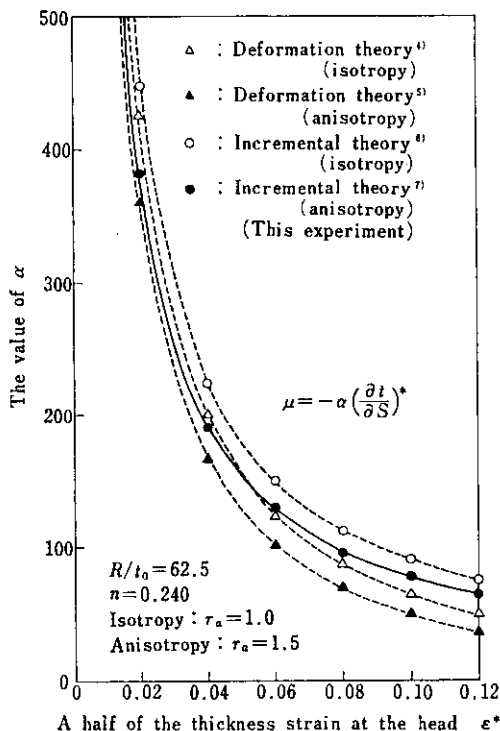


Fig. 12 Comparison of the four calculating equations for the  $\alpha$  value

0.05以下の場合の $\alpha$ 値は歪増分理論(等方性)、全歪理論(等方性)、歪増分理論(異方性)、全歪

理論（異方性）の順に小さくなり、 $\epsilon^*$  が 0.05 以上では全歪理論（等方性）と歪増分理論（異方性）の順序だけが逆になる。

## 6. ま と め

材料の異性を考慮に入れて、歪増分理論によって摩擦係数を求める解析を行った。さらに実用上、簡単に精度の十分な近似計算式を提案した。

材料および潤滑油を変えて球頭ポンチによるプレス加工実験を行ない、この計算式で摩擦係数を求め、摩擦係数と成形性との関係を調べ、次のことが明らかになった。

(1) 深絞り成形の場合、限界絞り比は摩擦係数

が大きくなるにしたがって、直線的に増加する。

(2) 張出し成形の場合、限界張出し高さは摩擦係数が大きくなるにしたがって、直線的に減少する。

他の計算式とこの報告の計算式とを比較した。測定値であるポンチ頭部の板厚勾配  $(dl/dS)^*$  の同じ値に対して、この計算式による摩擦係数の値は他の 3 つの計算式の値のほぼ中間の値をとる。

最後に、この研究にあたってご指導をいただいた東京大学生産技術研究所山田嘉昭教授ならびに理化学研究所宮内邦雄先生に厚く感謝します。

## 参 考 文 献

- 1) 吉田：理化学研究所報告，37（1961）5，306
- 2) 加藤，内田：塑性と加工，7（1966）70，576
- 3) B. Fogg：Sheet Metal Ind.，44（1967）95
- 4) 山田：東京大学生産技術研究所報告，11（1961）5，269
- 5) 高橋，吉沢，山田：第 16 回塑性加工連合講演会前刷集，（1965），85
- 6) 中島，高橋，山田：第 19 回塑性加工連合講演会前刷集，（1968），301
- 7) 中川，岡崎：鉄鋼科学技術国際会議，Preprints II（1970），475